

# THESE DE DOCTORAT DE

L'ÉCOLE CENTRALE DE NANTES

ÉCOLE DOCTORALE N° 602  
*Sciences pour l'Ingénieur*  
Spécialité : Génie Mécanique

Par

**Rémy MATEU PASTOR**

**« Analyse numérique et expérimentale de plaques carbone-époxy  
incluant une couche viscoélastique »**

Thèse présentée et soutenue à ICAM Nantes, le 16/12/2020

Unité de recherche : Institut de recherche en Génie Civil et Mécanique (GeM) UMR CNRS 6183

## Rapporteurs avant soutenance :

Jean-Baptiste Casimir Professeur des universités, SUPMECA Paris  
Noureddine Bouhaddi Professeur des universités, Université de Franche Comté

## Composition du Jury :

Président :	El Mostafa Daya	Professeur des universités, Université de Lorraine
Examineurs :	Jean-Baptiste Casimir	Professeur des universités, SUPMECA Paris
	Noureddine Bouhaddi	Professeur des universités, Université de Franche Comté
	Laetitia Duigou	Maitre de conférences, Université de Bretagne Sud
	Jean-Christophe Petiteau	Ingénieur de recherche, Société Méca
Dir. de thèse :	Hervé Le Sourne	Enseignant-chercheur, HDR, ICAM Nantes
Co-dir. de thèse :	Patrice Cartraud	Professeur des universités, Ecole Centrale de Nantes
Co-enc. de thèse :	Eric Le Gal La Salle	Enseignant-chercheur, ICAM Nantes

# Résumé

Les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse visent à optimiser la réponse vibratoire d'une plaque carbone-époxy en y insérant une couche viscoélastique. La particularité des plaques étudiées est la présence de trous dans la couche d'élastomère insérée au centre du stratifié. Durant l'étape de cuisson, la résine de pré-imprégné s'écoule dans les trous, créant ainsi des ponts entre les peaux inférieure et supérieure du sandwich composite. Les travaux comportent une partie expérimentale avec une caractérisation des matériaux constituant le sandwich : le carbone-époxy et l'élastomère DYAD601. Des essais DMA sont réalisés dans un premier temps afin de mesurer l'évolution fréquentielle des caractéristiques viscoélastiques de ce dernier. Dans un second temps, des essais de flexion quasi-statique et de réponse en fréquence sont réalisés sur des plaques monolithiques et sandwiches, avec ou sans ponts. Tous ces résultats expérimentaux permettent de recaler des modèles de calcul par éléments finis mis au point également dans le cadre de ce travail. Le comportement incompressible du DYAD601 y est modélisé en associant un modèle viscoélastique à une loi hyper élastique Néo Hookéen. Des simulations numériques sont alors menées pour étudier l'influence de la taille, de la localisation et du nombre de ponts, en s'appuyant sur un plan d'expérience. Une loi polynomiale est identifiée et permet de prédire l'influence de différents paramètres sur l'amortissement et la raideur des plaques. Pour terminer, on identifie les configurations de ponts permettant de maximiser l'amortissement sur les 4 premiers modes propres de la plaque tout en conservant au moins 50% de la raideur d'un stratifié carbone-époxy.

# Remerciements

Je tiens premièrement à remercier mon directeur de thèse, Hervé Le Sourne, ainsi que mes encadrants, Patrice Cartraud et Eric Le Gal La Salle, pour la confiance qu'ils m'ont accordée dans la réalisation de ce travail, malgré mon parcours universitaire atypique. Je vous remercie chaleureusement pour votre disponibilité, votre écoute, votre soutien et vos conseils aguerris qui ont été d'une aide précieuse pour mener à bien ce travail. Le partage de vos connaissances, de vos compétences et de vos expériences respectives m'ont été d'une grande aide dans l'aboutissement de cette thèse. Ce chemin parcouru à vos côtés m'aura fait grandir et préparé au milieu de la recherche.

Je remercie profondément Jean-Baptiste Casimir et Noureddine Bouhaddi d'avoir accepté de rapporter mon manuscrit de thèse. Mes remerciements sont également adressés à Laetitia Duigou, El Mostafa Daya et Jean-Christophe Petiteau qui ont bien voulu participer au jury de cette thèse.

Je souhaite remercier l'ensemble de mes collègues de l'Icam de Nantes pour leurs conseils et leur soutien tout au long de ces 3 années, et tout particulièrement Sylvain Kerdudou pour m'avoir enseigné la fabrication de plaques composites et Alex Lejeau pour tous ces bons conseils dans la réalisation et l'utilisation de montages expérimentaux. J'adresse également une pensée à mes collègues doctorants pour les nombreuses discussions scientifiques que nous avons eues et particulièrement à Kevin, Rémy, Antoine et JP pour toutes ces conversations plus ou moins philosophiques.

A ma famille qui m'a toujours soutenu dans mes choix et qui m'a enseigné les valeurs que je prône aujourd'hui. Enfin, à ma compagne, Diane, qui m'a toujours encouragé et sans qui la thèse aurait été beaucoup plus compliquée, surtout dans ces derniers mois.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Contexte des travaux réalisés . . . . .	1
1.2	Contenu de la thèse . . . . .	3
1.3	Bibliographie sur les traitements amortissants . . . . .	4
1.3.1	Amortissement passif . . . . .	4
1.3.2	Les amortissements actif et hybride . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Définition des propriétés des matériaux et modélisation de leurs comportements</b>	<b>8</b>
2.1	Introduction . . . . .	9
2.2	Caractérisation d'un stratifié carbone-époxy . . . . .	9
2.3	Caractérisation et modélisation du comportement d'un matériau visco-hyperélastique	13
2.3.1	Représentation du comportement hyperélastique d'un élastomère . . . . .	13
2.3.2	Représentation du comportement viscoélastique d'un élastomère . . . . .	15
2.4	Caractérisation dynamique du DYAD601 . . . . .	20
2.4.1	Principe de fonctionnement de la DMA . . . . .	20
2.4.2	Principe d'équivalence temps-température . . . . .	21

2.4.3	Conditions expérimentales . . . . .	23
2.4.4	Application de la méthode WLF . . . . .	25
2.4.5	Reconstruction des courbes finales . . . . .	26
2.5	Moyens d'essais . . . . .	29
2.5.1	Banc d'essai de Flexion 3-Points . . . . .	29
2.5.2	Banc d'essai dynamique en réponse fréquentielle . . . . .	29
2.6	Réalisation des échantillons de plaques . . . . .	32
2.7	Conclusion . . . . .	33
<b>3</b>	<b>Analyses numérique et expérimentale d'une plaque monolithique carbone-époxy</b>	<b>35</b>
3.1	Introduction . . . . .	35
3.2	Analyse numérique par éléments finis . . . . .	36
3.2.1	Étude bibliographique . . . . .	36
3.2.2	Mise en place d'un modèle numérique par éléments finis . . . . .	39
3.2.3	Réponse Directe en Fréquence . . . . .	41
3.2.4	Étude de convergence du maillage . . . . .	43
3.3	Analyse expérimentale . . . . .	45
3.4	Résultats éléments finis et ajustement du modèle . . . . .	46
3.4.1	Réponse en flexion statique . . . . .	46
3.4.2	Réponse dynamique . . . . .	47
3.5	Conclusion . . . . .	51
<b>4</b>	<b>Analyses numérique et expérimentale d'une plaque carbone-époxy incluant une couche de matériau viscoélastique</b>	<b>52</b>
4.1	Introduction . . . . .	52

4.2	Analyse numérique par éléments finis . . . . .	53
4.2.1	Étude bibliographique . . . . .	53
4.2.2	Mise en place d'un modèle numérique par éléments finis . . . . .	56
4.2.3	Etude de convergence de maillage . . . . .	59
4.2.4	Comparaison des modèles 2D/3D et 3D . . . . .	61
4.3	Analyse expérimentale . . . . .	66
4.4	Validation des modèles éléments finis . . . . .	67
4.4.1	Réponse en flexion statique . . . . .	67
4.4.2	Réponse dynamique . . . . .	68
4.5	Conclusion . . . . .	70
<b>5</b>	<b>Analyse expérimentale et numérique d'une plaque carbone époxy incluant une couche viscoélastique et des ponts de résine</b>	<b>71</b>
5.1	Introduction . . . . .	72
5.2	Étude bibliographique . . . . .	72
5.3	Modélisation des ponts . . . . .	74
5.4	Analyse expérimentale . . . . .	76
5.5	Validation des modèles éléments finis . . . . .	77
5.5.1	Réponse en flexion statique . . . . .	77
5.5.2	Réponse dynamique . . . . .	81
5.6	Conclusion . . . . .	83
<b>6</b>	<b>Étude numérique de l'influence des ponts sur la réponse d'un sandwich carbone-époxy-DYAD601</b>	<b>84</b>
6.1	Introduction . . . . .	84

6.2	Influence de la position et du volume d'un pont de résine dans le cas d'une poutre "quasi-2D" . . . . .	85
6.3	Bibliographie sur l'optimisation de structures avec une couche viscoélastique	90
6.4	Mise en place d'un plan d'expérience . . . . .	93
6.5	Influence des ponts sur la raideur statique et l'amortissement . . . . .	95
6.5.1	Influence des facteurs sur la flèche en flexion statique . . . . .	98
6.5.2	Influence des facteurs sur les amortissements modaux des 4 premiers modes propres . . . . .	104
6.5.3	Détermination de la configuration de ponts optimale . . . . .	108
6.6	Conclusion . . . . .	112
<b>7</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>114</b>
7.1	Résumé des travaux . . . . .	114
7.2	Contributions de la thèse . . . . .	116
7.3	Perspectives . . . . .	117
	<b>Annexe 1</b>	<b>125</b>

# Table des figures

1.1	1) Plaque composite viscoélastique non contrainte avant déformation en haut et déformée en bas - 2) Plaque composite viscoélastique contrainte avant déformation en haut et déformée en bas . . . . .	6
1.2	Couplage amortissement passif et actif . . . . .	7
2.1	Plans de symétries des plaques étudiées . . . . .	10
2.2	Essai de traction . . . . .	11
2.3	Essais de cisaillement . . . . .	12
2.4	Description du repère utilisé . . . . .	13
2.5	Modèles simplifiés comportement viscoélastique . . . . .	17
2.6	Modèle de Maxwell généralisé . . . . .	18
2.7	Force et déplacement en fonction du temps . . . . .	20
2.8	Banc d'essai DMA . . . . .	21
2.9	Illustration du principe de superposition temps-température - M. Kraus et al. [1]	23
2.10	Montage de cisaillement - DMA . . . . .	24
2.11	Dimensions d'un échantillon testé sur le dispositif DMA . . . . .	24
2.12	Évolution temporelle du module de conservation avant glissement . . . . .	25
2.13	Évolution temporelle du module de conservation après glissement . . . . .	25



2.14	Évolution temporelle du module de perte avant glissement . . . . .	26
2.15	Évolution temporelle du module de perte après glissement . . . . .	26
2.16	Courbe maitresse $G'$ et $G''$ . . . . .	27
2.17	Évolution fréquentielle du module $G'$ . . . . .	28
2.18	Évolution fréquentielle du module $G''$ . . . . .	28
2.19	Flexion 3 points sur un échantillon de carbone-époxy . . . . .	29
2.20	Banc de réponse fréquentielle . . . . .	31
2.21	Répartition spatiale des ponts dans les plaques du 3 <sup>ème</sup> groupe . . . . .	33
3.1	Profils de déformation associés aux différentes théories des plaques . . . . .	38
3.2	Dimensions échantillon carbone-époxy . . . . .	40
3.3	Modèle de flexion 3 points . . . . .	41
3.4	Modèle de réponse fréquentielle . . . . .	41
3.5	Comparaison des courbes d'accélération pour différentes tailles de maille . . .	44
3.6	Flexion statique : évolution de la force résistante en fonction de la flèche . .	45
3.7	Évolution fréquentielle de l'accélération mesurée au centre de la plaque . . . .	46
3.8	Résultats en flexion 3 points d'une plaque monolithique carbone-époxy - Les résultats numériques sont représentés par des $\Delta$ et la moyenne obtenue à partir des essais expérimentaux est représentée par une ligne continue . . . . .	47
3.9	Évolution de l'accélération du centre de la plaque en fonction de la fréquence - Comparaison des résultats numériques et expérimentaux des plaques carbone- époxy . . . . .	49
4.1	Modélisation de composite avec insertion d'une couche viscoélastique [2] . . .	56
4.2	Coupe des différents modèles étudiés . . . . .	57
4.3	Conditions de symétrie associées à une géométrie rectangulaire . . . . .	58
4.4	Modèle flexion 3 points . . . . .	58

4.5	Modèle réponse fréquentielle . . . . .	58
4.6	Comparaison des courbes d'accélération pour différentes tailles de maillage . . . . .	61
4.7	Modèle plaque composite en contrainte plane . . . . .	63
4.8	Évolution du $\gamma_{13}$ en fonction de la position pour une plaque carbone-époxy avec une couche viscoélastique en contrainte plane . . . . .	64
4.9	Évolution du déplacement $w(x)$ en fonction de la position pour une plaque carbone-époxy avec une couche viscoélastique en contrainte plane . . . . .	64
4.10	Évolution de la force résistante en flexion en fonction du déplacement imposé à la plaque . . . . .	66
4.11	Évolution fréquentielle de l'accélération mesurée au centre de la plaque . . . . .	67
4.12	Résultats en flexion 3 points d'une plaque carbone-époxy incluant une couche viscoélastique - Les résultats numériques sont représentés par les $\circ$ et la moyenne obtenue à partir des essais expérimentaux est représentée par la ligne continue. . . . .	68
4.13	Évolution fréquentielle de l'accélération du centre de la plaque - comparaison des résultats expérimentaux et numériques pour une plaque carbone-époxy incluant une couche viscoélastique . . . . .	69
5.1	Maillage d'un pont de résine . . . . .	74
5.2	Répartition des ponts de résine . . . . .	75
5.3	Évolution de la force résistante en flexion en fonction du déplacement imposé à la plaque . . . . .	76
5.4	Évolution fréquentielle de l'accélération mesurée au centre de la plaque . . . . .	77
5.5	Défauts liés au remplissage des ponts . . . . .	78
5.6	Emplacement des ponts et trous pour une plaque avec 9, 5, 4 et 3 ponts . . . . .	79
5.7	Déformation en cisaillement transverse d'une plaque sans ponts . . . . .	80

5.8	Résultats en flexion 3 points d'une plaque carbone-époxy incluant une couche viscoélastique et des ponts - Les résultats numériques sont représentés par les $\circ, \Delta, \diamond, \square$ et la moyenne des essais expérimentaux est représentée par la ligne continue. . . . .	81
5.9	Évolution fréquentielle de l'accélération du centre de la plaque - comparaison des résultats expérimentaux et numériques pour une plaque carbone-époxy incluant une couche viscoélastique perforée . . . . .	82
6.1	Poutre étudiée et différentes position du pont de résine . . . . .	87
6.2	Évolution de $K/KCE$ en fonction de la fraction volumique du pont et de sa position . . . . .	88
6.3	Évolution de $A/Avisco$ en fonction de la fraction volumique du pont et de sa position . . . . .	88
6.4	Évolution spatiale du cisaillement transverse $\gamma_{xz}$ dans la couche viscoélastique pour différentes positions de pont . . . . .	90
6.5	Dimensions plaques et répartitions des ponts . . . . .	95
6.6	4 premières déformées modales . . . . .	97
6.7	Chargements associés à l'excitation des différents modes . . . . .	97
6.8	Diagramme des valeurs résiduelles en fonction des valeurs ajustées pour l'étude de la flèche statique . . . . .	99
6.9	Droite de Henry . . . . .	100
6.10	Diagramme Pareto des effets normalisés pour l'étude de la flèche statique - la ligne rouge correspond à la limite entre les facteurs significatifs et non significatifs	101
6.11	Localisation des ponts n'influant pas (ou peu) la flèche statique ainsi que les interactions croisées entre les ponts . . . . .	104
6.12	Méthode de bande passante à -3 dB . . . . .	105
6.13	Localisation des ponts peu significatifs sur l'amortissement modal . . . . .	106
6.14	Déformation en cisaillement pour les 4 modes de l'étude . . . . .	107

Table des figures

---

6.15 Diagramme des valeurs résiduelles en fonction des valeurs ajustées pour l'étude de la fonction coût . . . . .	109
6.16 Évolution de la fonction coût en fonction du rapport de raideur . . . . .	110
6.17 Localisation des ponts pour la configuration optimale . . . . .	111

# Liste des tableaux

2.1	Propriétés mécaniques d'un pli de carbone-époxy - extrait de Donadon et al. [3]	12
2.2	Propriétés mécaniques du DYAD601 . . . . .	15
2.3	Séquence d'empilement des différents groupes de plaques . . . . .	33
3.1	Propriétés mécaniques d'un pli carbone-époxy . . . . .	41
3.2	Comparaison de la raideur statique en flexion pour différentes tailles de mailles	43
3.3	Résumé des résultats obtenus expérimentalement et par modélisation éléments finis pour les plaques carbone-époxy fabriquées . . . . .	50
4.1	Propriétés mécaniques du DYAD601 . . . . .	59
4.2	Comparaison de la raideur statique en flexion pour différentes tailles de mailles	60
4.3	Flèche maximal et nombre de degrés de liberté (DDL) . . . . .	62
4.4	Réponse en fréquence : comparaison des modèles 2D/3D et 3D . . . . .	62
4.5	Résumé des résultats obtenus expérimentalement et par modélisation éléments finis pour une plaque sandwich carbone-époxy-DYAD . . . . .	70
5.1	Propriétés mécaniques de l'époxy . . . . .	75
5.2	Résumé des résultats obtenus expérimentalement et par modélisation éléments finis pour une plaque carbone-époxy incluant une couche de DYAD601 perforée	82

## Liste des tableaux

---

6.1	Différentes positions du pont de résine . . . . .	85
6.2	Valeurs de $K/KCE$ . . . . .	88
6.3	Valeurs de $A/Avisco$ . . . . .	88
6.4	Facteurs du plan d'expérience . . . . .	96
6.5	4 premières fréquences propres . . . . .	96
6.6	Capacité du polynôme issu du plan d'expérience à prédire la flèche statique .	102
6.7	Capacité prédictive des amortissement modaux pour les 4 premiers modes . .	107
6.8	Valeurs de la fonction coût et du rapport de raideur pour les configurations optimale et minimale . . . . .	111

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Contexte des travaux réalisés

Dans le domaine des transports, l'utilisation de matériaux rigides tels que les composites permet de concevoir des structures à la fois légères et résistantes. Cependant, ces matériaux transmettent très (trop) bien les vibrations, ce qui, au delà des nuisances sonores occasionnées, peut à terme conduire à l'initiation et à la propagation de fissures dans les stratifiés et, par suite, à la fragilisation de ces structures.

Les questions qui se posent alors sont les suivantes : peut-on utiliser des matériaux composites très rigides tels que le carbone-époxy en lieu et place des matériaux métalliques sans dégrader la réponse vibratoire des structures ? Peut-on même améliorer les performances dynamiques d'une structure en passant du métallique au composite ? Lorsque les exigences acoustiques ou de confort sont élevées, des traitements amortissants sont souvent nécessaires pour respecter les seuils de réponse imposés.

De nombreuses travaux de recherche se sont jusqu'à présent focalisés sur l'ajout de nouvelles propriétés aux structures composites en leur appliquant un traitement amortissant. Ce traitement peut être réalisé en combinant composite (fibre + résine) et matériau viscoélastique. Les sandwichs multifonctionnels obtenus sont utilisés aujourd'hui pour amortir les vibrations et réduire les niveaux acoustiques, fonctions auxquelles ils n'étaient pas

destinés à l'origine. Une des approches consiste à insérer, dès la phase de cuisson, une couche viscoélastique dans un stratifié, ce qui permet de dissiper l'énergie principalement par cisaillement de la couche viscoélastique. Les essais en laboratoire consistent à mesurer les caractéristiques de raideur et d'amortissement des différents matériaux composant la structure sandwich obtenue. On peut aussi mesurer directement ses caractéristiques dynamiques (mode propres, amortissement, réponse fréquentielle) des structures elles-mêmes en laboratoire. L'approche la plus classique consiste alors à exciter, à l'aide d'un pot vibrant, la structure sur une gamme de fréquences donnée et à mesurer sa réponse dynamique en déplacement, vitesse ou accélération. Sur des structures réelles telles qu'un pont de navire en composite, cette approche peut devenir très coûteuse lorsqu'un grand nombre de configurations différentes sont à tester, d'autant plus que les niveaux d'excitation requis nécessitent des matériels encombrants et délicats à installer telles que les machines à balourd. Des ponts ou cloisons de navires peuvent en effet mesurer plusieurs dizaines de mètres et peser plusieurs tonnes, ce qui rend complexe la mise en place d'un essai vibratoire.

Pour étudier le comportement dynamique de telles structures, il est de plus en plus courant d'utiliser la simulation numérique et les outils du commerce permettent de modéliser finement le comportement dynamique des matériaux utilisés.

L'optimisation des traitements viscoélastiques est en général réalisée en plusieurs étapes [4] :

1. Développement d'un modèle numérique par éléments finis.
2. Réalisation d'essais expérimentaux permettant de valider le modèle éléments finis.
3. Analyse paramétrique des caractéristiques à optimiser en utilisant le modèle numérique validé.

C'est exactement l'approche qui a été suivie dans le cadre de ce travail de thèse de doctorat.

En plus de l'approche numérique, il existe bien entendu des modèles analytiques qui ont été développés pour estimer rapidement les caractéristiques modales et la réponse forcée de structures composites simples incorporant une couche viscoélastique [5] [6] [7]. Ces modèles se limitent souvent à l'étude de poutres ou de plaques construites sur la base d'un empilement stratifié/viscoélastique/stratifié. L'ajout de discontinuités dans la couche viscoélastique,



tels que des ponts de résine reliant les peaux supérieure et inférieures, pose rapidement des problèmes dans l'utilisation de ces modèles analytiques, rendant alors incontournable une discrétisation précise en éléments finis.

Signalons enfin que les élastomères utilisés comme matériaux amortissants sont quasi-incompressibles, souvent hyperélastiques et leurs propriétés (raideur, amortissement) varient avec la fréquence d'excitation. Par conséquent, modéliser la réponse dynamique d'un élastomère oblige à bien choisir la loi de comportement de ce matériau (hyper-élastique?, visco-élastique?, visco-hyper-élastique?) et à décrire précisément l'évolution fréquentielle de ses propriétés mécaniques.

## 1.2 Contenu de la thèse

La première partie de la thèse (chapitre 2) est consacrée à la caractérisation d'un composite carbone-époxy et de l'élastomère DYAD601, puis aux lois permettant de modéliser le comportement de ces matériaux. Les propriétés viscoélastiques de l'élastomère sont mesurées à plusieurs températures via un dispositif DMA dans la gamme de fréquence propre à l'appareil de mesure. L'application du principe de superposition fréquence-température permet alors d'étendre la caractérisation bien au delà de la fréquence maximale de mesure. Une description des différents montages expérimentaux utilisés dans le cadre de ces travaux de thèse est présentée dans cette première partie.

La deuxième partie de la thèse est consacrée à la mise en place de modèles éléments finis pour étudier les réponses en flexion statique et dynamique d'une plaque carbone-époxy (chapitre 3), d'un sandwich carbone-époxy incluant une couche élastomère (chapitre 4), et du même sandwich incluant des ponts de résine (chapters 5). Les fonctions de transfert obtenues à l'issue des simulations numériques sont confrontées aux résultats des essais également réalisés dans le cadre de cette thèse, ce qui permet d'ajuster et de valider les modèles développés.

La dernière partie (chapitre 6) est consacrée à l'étude numérique de l'effet des ponts de résine (nombre, taille et position des ponts) sur les réponses statique et dynamique d'une plaque carbone-époxy amortie. Une démarche basée sur l'utilisation d'un plan d'expérience

est proposée pour identifier la configuration optimale de ponts.

Ces travaux de recherche ont été co-financés par le FEDER - Région Pays de la Loire et l'Icam dans le cadre du projet "CIPITAP R&D".

## 1.3 Bibliographie sur les traitements amortissants

Dans l'industrie des transports (aéronautique, automobile, ferroviaire, construction navale), l'utilisation de dispositifs d'amortissement est devenue courante pour assurer le niveau de confort requis, pour limiter les vibrations pouvant altérer l'intégrité des structures ou le bon fonctionnement des matériels embarqués ou encore pour réduire les émissions acoustiques. On distingue deux type de dispositifs amortissants : les dispositifs passifs et les dispositifs actifs.

### 1.3.1 Amortissement passif

Les dispositifs d'amortissement passif sont devenus courants car ils sont relativement faciles à réaliser et à installer. Les patchs FLD (Free Layer Damping) sont des couches d'élastomère collées sur une ou plusieurs faces de la structure à amortir. Ces couches se déforment en extension-compression lorsque la structure travaille en flexion. Parmi les travaux de recherche réalisés sur ce type de traitements, on peut citer l'étude de Tovick [8]. Celui-ci s'est intéressé au comportement dynamique d'une poutre sur laquelle est appliqué un patch amortissant, d'abord sur une face puis sur les deux faces de la poutre. Quelques années auparavant, Yi et al. [9] avaient étudié l'influence de la fraction volumique d'un patch collé sur le déplacement transverse du panneau amorti obtenu. Un fort affaiblissement du panneau avait été observé pour des fractions volumiques  $\geq$  à 40%. Aujourd'hui, sur les structures navales par exemple, ces patchs sont généralement collés sur des cloisons de cabines ou des ponts et l'on constate que les épaisseurs de couches déposées doivent être suffisamment importantes pour être efficaces, au détriment de la masse des panneaux embarqués. D'autre part, la liaison par collage de l'élastomère sur des cloisons métalliques ou composites est parfois amenée à se désagréger avec le temps, notamment en atmosphère humide ou saline [10].

Une autre méthode plus efficace et permettant d'améliorer la tenue dans le temps des panneaux amortis consiste à insérer une ou plusieurs couches de matériaux amortissants directement à l'intérieur de la structure. On parle alors de patch viscoélastique contraint : PCLD (Passive Constrained Layer Damping).

Swallow [11] est l'un des premiers à avoir démocratisé l'utilisation de ces patches contraints pour résoudre les problèmes de sur-épaisseur et de collage défaillant posés par les patches FLD.

En pré-contraindre des élastomères entre plusieurs plaques d'aluminium, Ungar et al. [12] ont investigué l'influence de la position et de l'épaisseur de ces couches sur les comportements statique et dynamique des sandwichs obtenus. Le facteur de perte a été identifié pour plusieurs épaisseurs et plusieurs positions de la couche amortissante. Ils montrent que l'ajout de plusieurs couches viscoélastiques superposées permet d'amortir sensiblement en basses fréquences mais l'amortissement reste limité dans les hautes fréquences. D'autre part, ils observent que répartir plusieurs couches viscoélastiques au centre du stratifié revient à insérer une seule couche d'épaisseur équivalente.

Plus récemment, Hujare et Sahasrabudhe [13] ont étudié l'effet d'une couche viscoélastique insérée dans une poutre sandwich. Ils ont comparé l'influence de différents élastomères sur l'amortissement modale du second mode propre de la poutre. et ont conclu que le nitrile, le SBR, l'urethane ou de butyle sont sensiblement plus efficaces que le PMMA, le polyéthylène ou le polypropylène.

Le principe de contraindre une couche viscoélastique entre deux plaques rigides s'est aujourd'hui largement répandu dans de nombreux secteurs de l'industrie tels que la construction navale, l'aéronautique et l'automobile. Une revue bibliographique de l'utilisation d'inserts amortissants dans l'automobile et l'aéronautique a notamment été proposée en 2003 par Rao [14]. En centrant l'élastomère dans l'épaisseur d'un stratifié, les patches PCLD se déforment essentiellement en cisaillement lorsque la structure se déforme en flexion. Ce mode de déformation permet de maximiser la dissipation d'énergie, ce qui la rend plus efficace qu'une couche de même épaisseur collée "à l'extérieur" se déformant en traction-compression. La Figure 1.1 présente des patches FLD et PCLD avant et après sollicitation en flexion de la structure porteuse.

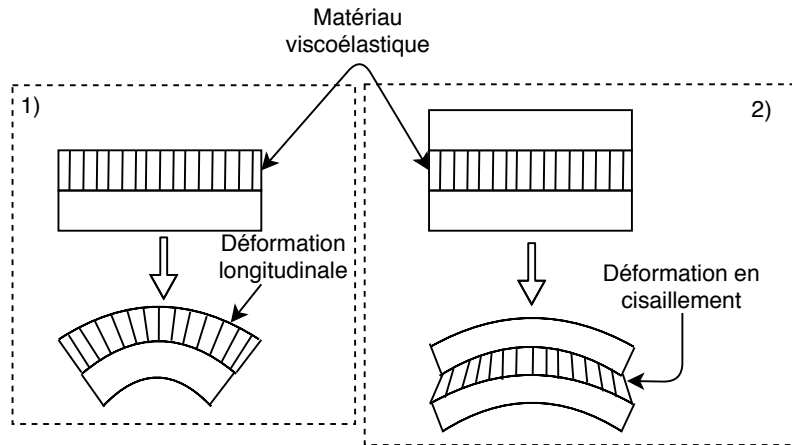


FIGURE 1.1 – 1) Plaque composite viscoélastique non contrainte avant déformation en haut et déformée en bas - 2) Plaque composite viscoélastique contrainte avant déformation en haut et déformée en bas

### 1.3.2 Les amortissements actif et hybride

Les premiers traitements amortissants actifs sont apparus dans les années 80. Les travaux sur le sujet se sont développés grâce au couplage de deux disciplines, l'analyse vibratoire et le contrôle des structures. Des actionneurs piezo-électriques sont disposés sur les surfaces de la structure à amortir et permettent de générer une force en opposition de phase avec la force d'excitation. Ce phénomène permet de générer un amortissement proportionnel à la vitesse d'excitation [15]. Néanmoins, les amortissements actifs possèdent un défaut majeur comparés aux amortisseurs passifs : le dysfonctionnement des actionneurs piezo-électriques annule l'amortissement de la structure et, dans le cas d'une réponse résonante, peut conduire à une altération de la structure.

Pour éviter cela, les actionneurs piezo-électriques sont souvent directement insérés dans le matériau viscoélastique afin de conserver un amortissement passif en cas de défaillance du système actif. Les patches amortissants actifs se sont développés à la fin des années 80. Plusieurs auteurs ont étudié l'ajout de systèmes piezo-électriques couplés à un matériau viscoélastique [16] [17]. Ces actionneurs amplifient le cisaillement transverse du matériau viscoélastique ce qui, nous l'avons vu, maximise l'énergie dissipée. Stanway et al. [18] ont

proposé une revue bibliographique des travaux réalisés sur les patchs amortissants actifs.

Ces patchs sont surtout efficaces en basses fréquences, contrairement aux solutions amortissantes passives, plus efficaces en moyennes et hautes fréquences. Le couplage des deux permet d'amortir une structure sur une plage de fréquences élargie. Plump et Hubbard [19] ont proposé la configuration présentée (Figure 1.2) qui a largement été utilisée et étudiée. Néanmoins une multitude d'autres configurations différentes existe. Par exemple, Baz et Tempia [20] ont remplacé la couche d'actionneurs piezo-électriques par des tiges piezo-électriques insérées dans une couche viscoélastique et ont analysé l'influence de l'angle des tiges sur l'amortissement de la structure.

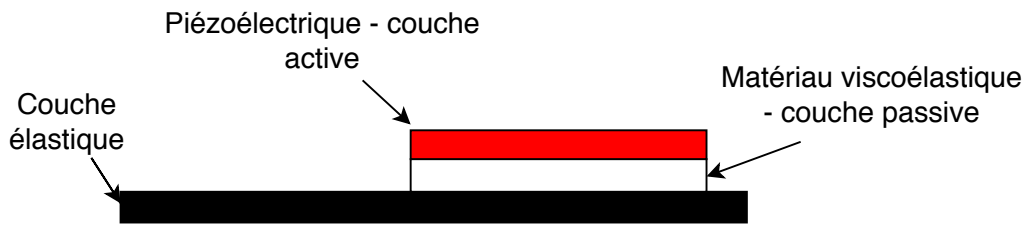


FIGURE 1.2 – Couplage amortissement passif et actif

Les travaux présentés dans ce manuscrit ont pour but de modifier et optimiser un PCLD en réalisant des trous dans celui-ci. L'idée est de pré-contraindre une couche d'élastomère percée de plusieurs trous circulaires entre deux stratifiés carbone-époxy. Lors de la phase de cuisson, ces trous se remplissent de résine époxy, créant ainsi des ponts de résine entre les peaux supérieure et inférieure du sandwich obtenu.

# Chapitre 2

## Définition des propriétés des matériaux et modélisation de leurs comportements

### Résumé

Au chapitre 1, une étude bibliographique des différents traitements amortissants existants a été présentée. Dans ce travail de thèse, un traitement amortissement passif obtenu en insérant dans le stratifié une couche viscoélastique contrainte a été choisi pour sa simplicité de réalisation et son potentiel amortissant. Les objectifs de la thèse ont également été présentés. Le présent chapitre traite des différentes lois de comportement usuelles associées aux matériaux composites et visco-hyperélastiques. Des détails sont également apportés sur les travaux expérimentaux réalisés dans le cadre de la thèse : bancs d'essais, mesures de caractérisation mécanique des matériaux, procédés de fabrication des plaques étudiées et mesures de la réponse vibratoire de ces plaques.

## 2.1 Introduction

Dans un premier temps, les différentes lois de comportements permettant de modéliser la réponse vibratoire d'une structure composite incluant une couche de matériau viscoélastique sont présentées. Ces lois nécessitent entre autres une mesure précise des propriétés dynamiques des matériaux constitutifs. C'est pourquoi les essais DMA réalisés dans le cadre de ce travail sont ensuite détaillés. Dans un troisième temps, les montages expérimentaux utilisés pour les essais de flexion statique 3 points et de réponse fréquentielle sont précisés. Notons que les résultats de ces mesures sont ensuite utilisés dans les chapitres 3, 4 et 5 pour valider les modèles numériques développés dans le cadre de cette thèse. Ce chapitre se termine par une présentation des plaques fabriquées (amorties ou non) et des procédés de fabrication adoptés.

## 2.2 Caractérisation d'un stratifié carbone-époxy

Les plis formant la structure composite ont la particularité d'être des matériaux anisotropes : cela est dû au mélange entre des fibres qui assurent une certaine résistance et une matrice qui permet de lier les fibres entre elles. Il existe différents types d'agencement des fibres :

- unidirectionnel,
- tissé : plusieurs orientations de fibres dans une même couche,
- mat : constitué d'un amas de fibres plus ou moins courtes sans orientation particulière dans un plan.

Ces différents agencements de fibres guident bien entendu le choix de la loi de comportement permettant de décrire (de modéliser) le stratifié.

Les stratifiés utilisés dans le cadre de cette thèse sont obtenus par superposition de couches unidirectionnelles d'empilement  $[0/90_2/0]_s$  et possèdent 3 plans de symétries perpendiculaires (Figure 2.1). 9 termes indépendants composent leur matrice de raideur :  $E_{11}$ ,  $E_{22}$ ,  $E_{33}$ ,  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$ ,  $\nu_{23}$ ,  $G_{12}$ ,  $G_{13}$  et  $G_{23}$  et la relation contraintes-déformations (loi de Hooke) pour de tels

matériaux orthotropes s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & -\frac{\nu_{13}}{E_{11}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_{22}} & \frac{1}{E_{22}} & -\frac{\nu_{23}}{E_{22}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_{33}} & -\frac{\nu_{32}}{E_{33}} & \frac{1}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

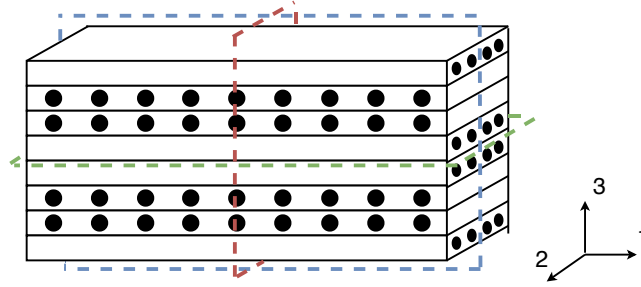


FIGURE 2.1 – Plans de symétries des plaques étudiées

Les plis composites unidirectionnels possèdent également une symétrie de révolution autour de la direction des fibres. La combinaison des 3 plans de symétries perpendiculaires et de la symétrie de révolution permet de représenter le comportement d'un pli composite par une loi isotrope transverse avec la direction 1 correspondant à la direction des fibres :

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_{22}} & \frac{1}{E_{22}} & -\frac{\nu_{23}}{E_{22}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_{22}} & -\frac{\nu_{23}}{E_{22}} & \frac{1}{E_{22}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu_{23}}{E_{22}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

La matrice de Hooke de l'équation 2.2 contient les différents termes à caractériser. Pour ce faire, deux types d'essais doivent être réalisés :



- Les essais de traction qui permettent de mesurer  $E_{11}$ ,  $E_{22}$ ,  $\nu_{12}$  et  $\nu_{23}$
- Les essais de cisaillement qui permettent de mesurer le module de cisaillement  $G_{12}$

Tout d’abord, un essai de traction sur un pli de stratifié dans le sens des fibres (Figure 2.2(a)) permet de mesurer le module d’élasticité  $E_{11}$  et les coefficients de Poisson  $\nu_{12}$  et  $\nu_{13}$ . Ensuite, un essai de traction perpendiculaire au sens des fibres (Figure 2.2(b)) permet quant à lui de mesurer le module d’élasticité  $E_{22}$  et les coefficients de Poisson  $\nu_{21}$  et  $\nu_{23}$ , ce qui permet de vérifier la cohérence avec les résultats de l’essai précédent, la matrice de l’expression 2.2 étant symétrique.

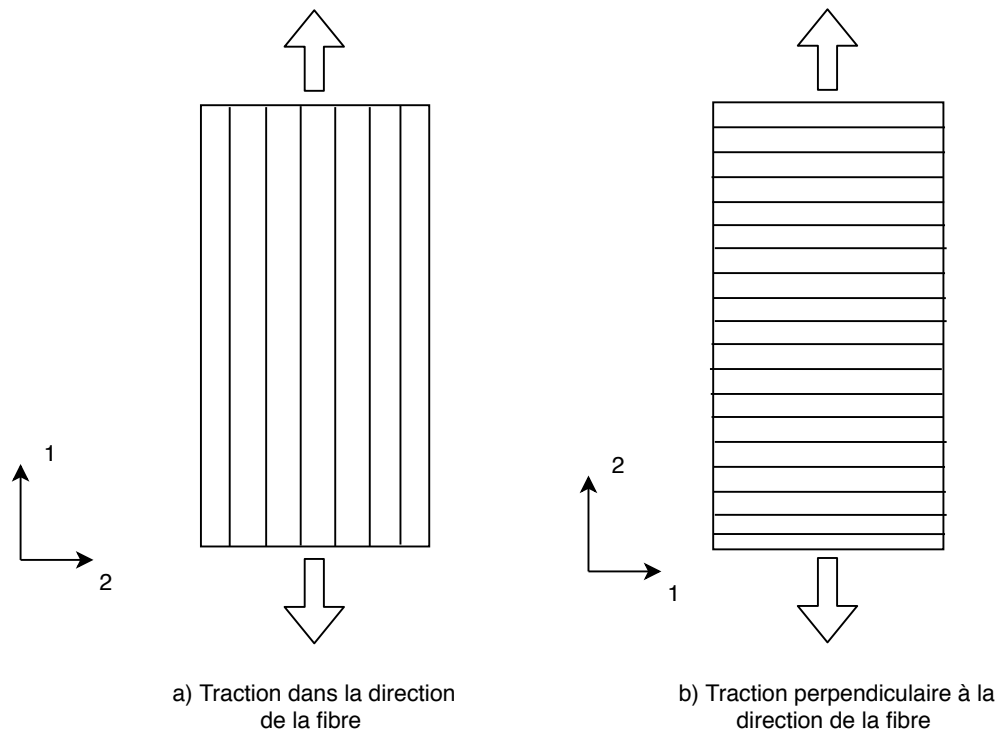


FIGURE 2.2 – Essai de traction

A la différence d’un matériau isotrope, pour lequel il existe un lien direct entre le module de Young, le coefficient de Poisson et le module de cisaillement, il n’est pas possible de déterminer le module de cisaillement d’un l’échantillon en composite sans la réalisation d’essais de caractérisation dédiés. Le test de Iosipescu [21] schématisé sur les Figures 2.3(a)

et 2.3(b), sur lequel est basée la norme ASTM D5379 [22], permet de mesurer le module de cisaillement  $G_{12}$ .

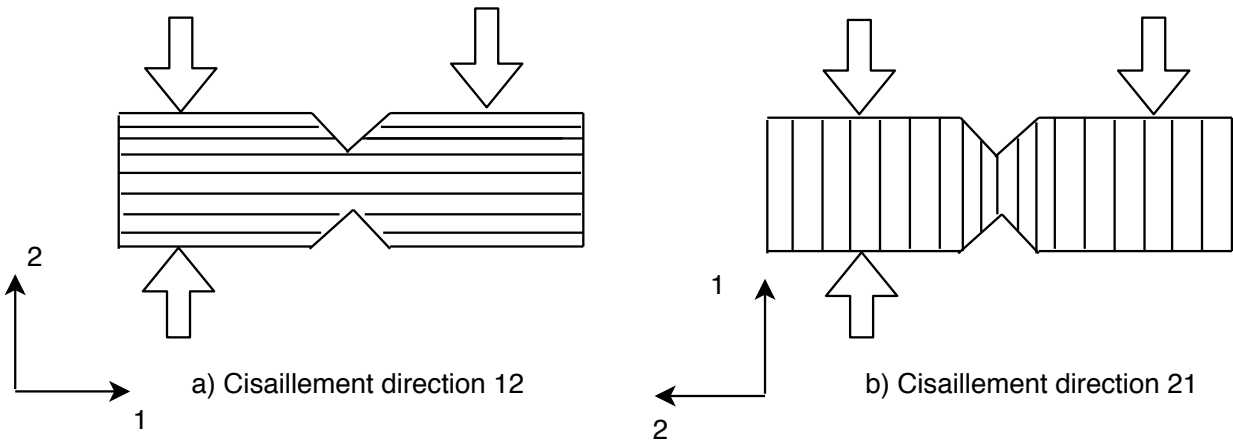


FIGURE 2.3 – Essais de cisaillement

Les caractéristiques d'un pli carbone-époxy mesurées par Donadon et al. [3] ont été considérées dans un premier temps pour modéliser le comportement des plis. Ces auteurs ont utilisé les propriétés des fibres T700, qui sont des fibres standards à haute résistance, et une résine époxy. Les plaques étudiées dans le cadre de cette thèse ont été fabriquées avec du pré-imprégné à base de fibres à haute résistance CHS et une résine époxy M79. Les valeurs extraites de l'article de Donadon et al. sont listées dans le Tableau 2.1 et le repère utilisé est illustré sur la Figure 2.4. Dans un second temps, une confrontation des résultats de simulation avec des essais de flexion 3 points (détaillés au paragraphe 2.5.1) a permis d'ajuster certains paramètres.

$E_{11}$ (MPa)	$E_{22}=E_{33}$ (MPa)	$G_{12}=G_{13}$ (MPa)	$G_{23}$ (MPa)	$\nu_{12}=\nu_{13}$	$\nu_{23}$	$\rho$ ( $T/mm^3$ )
100000	8110	4650	5000	0.3	0.4	1.4E-9

Tableau 2.1 – Propriétés mécaniques d'un pli de carbone-époxy - extrait de Donadon et al. [3]

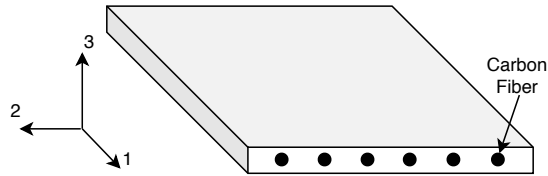


FIGURE 2.4 – Description du repère utilisé

## 2.3 Caractérisation et modélisation du comportement d'un matériau visco-hyperélastique

La caractérisation des matériaux qui composent les structures étudiées dans le cadre de cette thèse vise à développer des modèles numériques pour simuler les réponses statique et dynamique d'une plaque carbone-époxy amortie.

La littérature montre que le comportement statique d'un élastomère incompressible ou quasi-incompressible (ce qui est le cas du matériau DYAD601 utilisé dans ce travail) peut être représenté par une loi de comportement hyperélastique.

Son comportement dynamique est quant à lui généralement représenté par un modèle viscoélastique, dans lequel les caractéristiques de raideur et d'amortissement peuvent varier avec la fréquence d'excitation du matériau.

Il est possible de faire varier les propriétés d'un modèle hyperélastique en fonction de la fréquence tout en le couplant à un modèle viscoélastique [23] [24]. Un tel couplage sera utilisé par la suite afin de modéliser le caractère visco-hyperélastique du matériau amortissant DYAD601.

### 2.3.1 Représentation du comportement hyperélastique d'un élastomère

Les premières formulations hyperélastiques ont été développées par Mooney et Rivlin [25] [26] dans les années 40. Le modèle Néo-Hookéen ainsi que le modèle de Mooney-Rivlin se fondent sur une relation contrainte-déformation dérivée de l'énergie des déformations.

### Modèle Néo-Hookéen

Dans le cas d'un modèle Néo-Hookéen, l'énergie de déformation par unité de volume  $U$  est directement liée au premier invariant du tenseur de déformation :

$$U = C_{10}(I_1 - 3) \quad (2.3)$$

Dans cette équation,  $C_{10}$  est une constante du matériau et  $I_1$  est la trace du tenseur droit des déformations de Cauchy Green :

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (2.4)$$

Ici, les  $\lambda_i$  correspondent aux déformations principales.

### Modèle de Mooney-Rivlin

Le modèle de Mooney-Rivlin permet la modélisation d'un élastomère pour une déformation maximale de 100%. Le modèle rajoute un second terme à l'équation du modèle Néo-Hookéen :

$$U = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (2.5)$$

Ce second terme est composé de  $C_2$ , une constante du matériau et  $\bar{I}_2$ , le second invariant du tenseur droit des déformations de Cauchy-Green. Il s'exprime dans le repère principal du tenseur par l'équation suivante :

$$I_2 = \lambda_1^2\lambda_2^2 + \lambda_2^2\lambda_3^2 + \lambda_3^2\lambda_1^2 \quad (2.6)$$

Il existe d'autres modèles plus récents comme celui d'Odgen [27] ou celui de Yeoh [28], qui permettent de modéliser le comportement d'un élastomère pour des déformations importantes (supérieures aux limites du modèle de Mooney-Rivlin), mais ils sont plus complexes à mettre en oeuvre. Le modèle Néo-Hookéen permet quant à lui de prendre en compte le caractère incompressible de l'élastomère tout en modélisant avec suffisamment de précision

son comportement, dans le cadre de déformations pouvant atteindre jusqu'à 40% en traction uni-axiale et 90% en cisaillement simple [29]. Pour la phase de modélisation, les données du fabricant du DYAD601, listées dans le Tableau 2.2, sont utilisées afin de fixer les coefficients associés au modèle hyperélastique Néo-Hookéen.

$C_{10}=G/2$ (MPa)	$D_1=2/B$ (MPa)	$\rho$ ( $T/mm^3$ )
0.2	0	1.3E-9

Tableau 2.2 – Propriétés mécaniques du DYAD601

Ici,  $G$  est le module de cisaillement,  $B$  est le module d'élasticité isostatique et  $\rho$  est la masse volumique du matériau.

Le modèle Néo-Hookéen convient parfaitement à la modélisation de la réponse vibratoire des plaques étudiées. En effet, les déplacements transverses des différentes couches constituant les plaques sandwichs restent faibles, de l'ordre de 0.2 mm. Par conséquent, les déformations en cisaillement transverse post-traitées dans la couche d'élastomère, de l'ordre de 1.4%, restent bien inférieures aux valeurs maximales que le modèle Néo-Hookéen peut représenter.

### 2.3.2 Représentation du comportement viscoélastique d'un élastomère

Les propriétés mécaniques d'un élastomère dépendent de la fréquence de la sollicitation qui lui est appliquée. Il est donc essentiel de les mesurer dans les conditions qui seront imposées aux plaques composites afin d'obtenir des valeurs numériques pertinentes. Deux méthodes de détermination de ces propriétés existent [30] [31] [32]. La première utilise le domaine temporel et la seconde le domaine fréquentiel.

#### Les modèles viscoélastiques

Combiner les comportements d'un solide élastique et d'un fluide visqueux est la base des différents modèles utilisés pour représenter le comportement d'un matériau viscoélastique. Ces modèles associent un ou plusieurs ressort(s) et amortisseur(s) en série ou en parallèle.

Le comportement élastique est reproduit par un ressort de raideur  $k$  reliant la contrainte  $\sigma$  dans le matériau et la déformation  $\epsilon$  :

$$\sigma = k\epsilon \quad (2.7)$$

Le comportement visqueux est représenté par un amortisseur de viscosité  $\eta$  reliant la contrainte  $\sigma$  et le taux de déformation  $\dot{\epsilon}$  :

$$\sigma = \eta\dot{\epsilon} \quad (2.8)$$

Les modèles de Maxwell et de Kelvin-Voigt associent un ressort et un amortisseur, en série pour Maxwell (Figure 2.5(a)) et en parallèle pour Kelvin-Voigt (Figure 2.5(b)). Ces modèles ne permettent pas de déterminer correctement un comportement en fluage et en relaxation du matériau. Le modèle de Maxwell conduit à un taux de déformation constant pour un essai de fluage et le modèle de Kelvin-Voigt ne permet pas de représenter correctement le phénomène de relaxation de contrainte observé lors de l'application d'une déformation. Le modèle de Zener (Figure 2.5(c)), quant à lui, est représentatif du comportement d'un essai de fluage ou de relaxation. Par contre, au même titre que les modèles de Maxwell et de Kelvin-Voigt, il ne permet pas de représenter un comportement dynamique dans lequel la raideur ou l'amortissement peuvent varier en fonction de la fréquence.

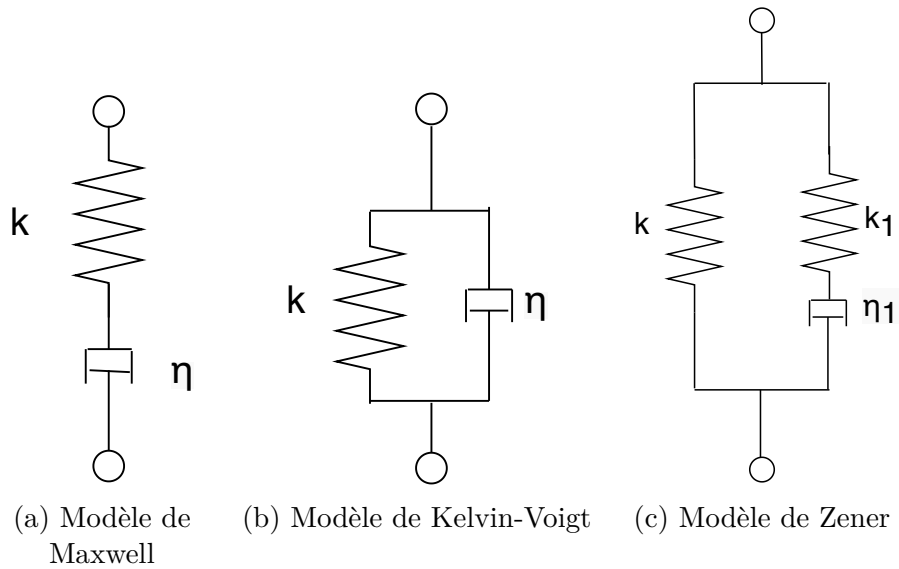


FIGURE 2.5 – Modèles simplifiés comportement viscoélastique

Le modèle de Maxwell généralisé a été créé pour rendre compte du comportement dynamique d'un élastomère. Il est constitué d'un ressort en parallèle avec plusieurs ressorts et amortisseurs en séries (Figure 2.6). Chaque branche représente alors une constante de temps.

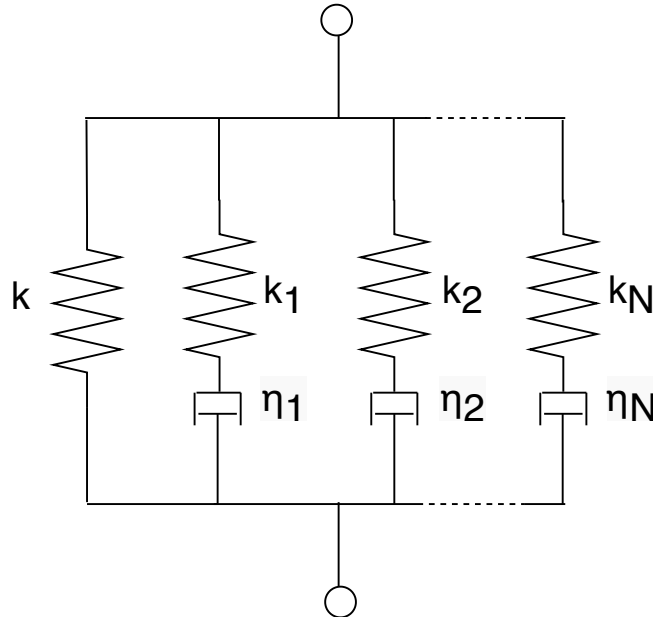


FIGURE 2.6 – Modèle de Maxwell généralisé

Le comportement viscoélastique dans le domaine temporel est alors décrit en considérant à la fois la relaxation et le fluage du matériau [30] [31]. La relaxation peut être formulée par une série de Prony [33] :

$$G(t) = G_\infty + \sum_{i=1}^N G_i e^{-\frac{t}{\tau_i}} \quad (2.9)$$

où  $G_\infty$  est le module de cisaillement du matériau relaxé, que l'on peut approximer par le module de cisaillement calculé en statique pour un matériau purement élastique.  $G_i$  et  $\tau_i$  sont les paramètres du modèle liés aux constantes de relaxation et  $t$  est le temps.

La représentation du comportement viscoélastique dans le domaine fréquentiel se fait par la description du module complexe [32] :

$$E^*(\omega) = E'(\omega) + iE''(\omega) \quad (2.10)$$

Ce module complexe est lui-même constitué du module de conservation  $E'(\omega)$ , qui décrit



le comportement élastique du matériau et du module de perte  $E''(\omega)$ , qui décrit son comportement visqueux.

La caractérisation du comportement viscoélastique est plus simple à réaliser dans le domaine fréquentiel que dans le domaine temporel. La formulation 2.10 est donc retenue pour décrire le comportement viscoélastique du matériau. Les évolutions fréquentielles de  $E'(\omega)$  et de  $E''(\omega)$  sont mesurées. Le paragraphe suivant présente ainsi les mesures DMA qui ont été réalisés dans le cadre de ce travail de thèse sur des échantillons d'élastomère DYAD601.

Du point de vue théorique, le passage du domaine fréquentiel au domaine temporel s'opère par l'utilisation d'une transformée de Fourier. Expérimentalement, les temps courts et les faibles déformations sont mal mesurées par la relaxation sur les machines de traction usuelles et les temps longs sont coûteux à acquérir en DMA. Pour caractériser le DYAD601 de façon précise, des essais DMA sont menés car ils permettent de mesurer, pour de faibles déformations, les propriétés en raideur et en amortissement de ce matériau sur la plage de fréquence adaptée au projet.

## 2.4 Caractérisation dynamique du DYAD601

### 2.4.1 Principe de fonctionnement de la DMA

La DMA (Dynamic Mechanical Analysis) est une technique permettant de mesurer l'évolution fréquentielle de certaines propriétés d'un matériau, telles que son module d'élasticité et son amortissement structural. Dans l'étude qui nous intéresse, ce dispositif est utilisé pour mesurer la variation en fréquence du module de cisaillement complexe du DYAD601, lui-même constitué du module de cisaillement élastique et du module de cisaillement de perte caractérisant l'amortissement du matériau :

$$G^*(j\omega) = G'(\omega) + iG''(\omega), \quad \eta = \frac{G''(\omega)}{G'(\omega)}, \quad \eta = \tan\delta \quad (2.11)$$

Dans ces expressions,  $G^*$  est le module complexe,  $G'(\omega)$  le module de conservation,  $G''(\omega)$  le module de perte et  $\eta$  le facteur de perte.

L'appareil de mesure impose un déplacement sinusoïdal à l'échantillon et la force nécessaire pour imposer ce déplacement est mesurée (Figure 2.7). Le décalage entre le déplacement imposé à l'échantillon et la force mesurée, noté  $\delta$ , permet de caractériser l'amortissement du matériau.

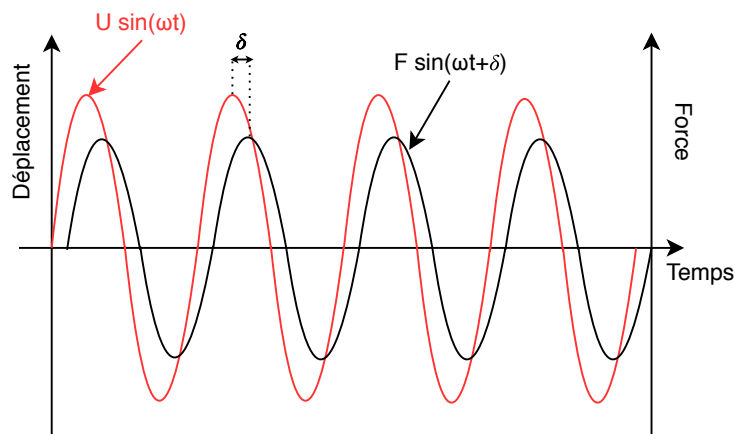


FIGURE 2.7 – Force et déplacement en fonction du temps

L'appareil de mesure utilisé dans ce travail de thèse (Figure 2.8) est limité à des fréquences d'excitation variant de 0.001 Hz à 120 Hz. Afin de solliciter les échantillons d'élastomère en cisaillement, le montage décrit sur la Figure 2.10 a été mis en place. Il consiste en deux mors fixes qui assurent le maintien du film viscoélastique et en un mors oscillant mobile qui réalise une excitation sinusoïdale du film. L'ensemble du système est confiné dans une étuve permettant de contrôler la température des mesures. Le DYAD601 a été caractérisé en variant la fréquence d'excitation de 1 à 100 Hz pour trois températures différentes.

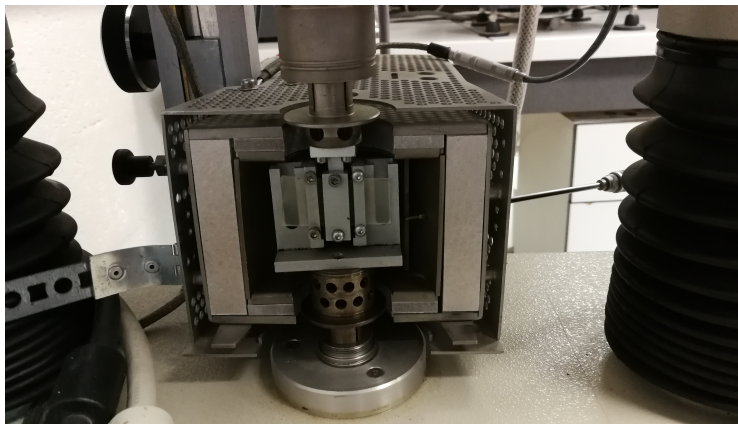


FIGURE 2.8 – Banc d'essai DMA

### 2.4.2 Principe d'équivalence temps-température

Le premier mode propre de flexion des plaques étudiées se situe au delà de la limite de mesure en fréquence (120 Hz) du dispositif DMA utilisé dans ces travaux de thèse. Afin d'estimer les caractéristiques du DYAD601 pour des fréquences d'excitation supérieures, le principe de superposition temps-température est appliqué.

Le principe de superposition temps-température est une technique d'extrapolation utilisée notamment pour caractériser le comportement dynamique d'élastomères/polymères dans des gammes de fréquences autres que celles mesurables par le dispositif DMA. Elle repose sur la corrélation entre la variation en temps (ou fréquence) et la température. Elle permet de déduire un facteur de glissement des courbes des modules en fonction de la fréquence me-

surées à différentes températures, et ainsi de reconstruire une courbe maîtresse caractérisant l'évolution fréquentielle du module complexe et du facteur de perte. X. Zhang et al. [24] l'utilisent dans la caractérisation de la membrane du tympan humain qui obéit, lui-aussi, à un comportement viscoélastique.

$$E^*(T_0, f) = E^*(T, f/\alpha_T) \quad (2.12)$$

où  $E^*$  est le module complexe,  $T$  et  $T_0$  sont respectivement la température et la température de référence exprimées en Kelvin,  $f$  est la fréquence et  $\alpha_T$  le facteur de glissement. La représentation du facteur de glissement en fonction de la température est habituellement réalisée par l'une ou l'autre des deux lois suivantes. La première loi est l'équation d'Arrhenius qui s'écrit :

$$\ln\alpha_T = \frac{E_a}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \quad (2.13)$$

Dans cette expression,  $E_a$  est l'énergie d'activation du matériau et  $R$  est la constante universelle des gaz parfaits.

La seconde loi est l'équation WLF proposée par Williams et al. [34] permettant d'appliquer simplement le principe de superposition temps-température illustré sur la Figure 2.9.

$$\log\alpha_T = \frac{c_1(T - T_g)}{c_2 + T - T_g} \quad (2.14)$$

où  $c_1$  et  $c_2$  sont des constantes empiriques dépendantes du matériau étudié,  $T_g$  est sa température de transition vitreuse et  $T$  est la température du système. Cette technique d'extrapolation, nommée WLF (Williams Landel Ferry), permet de déterminer le coefficient de glissement d'une mesure en fréquence pour une température donnée.

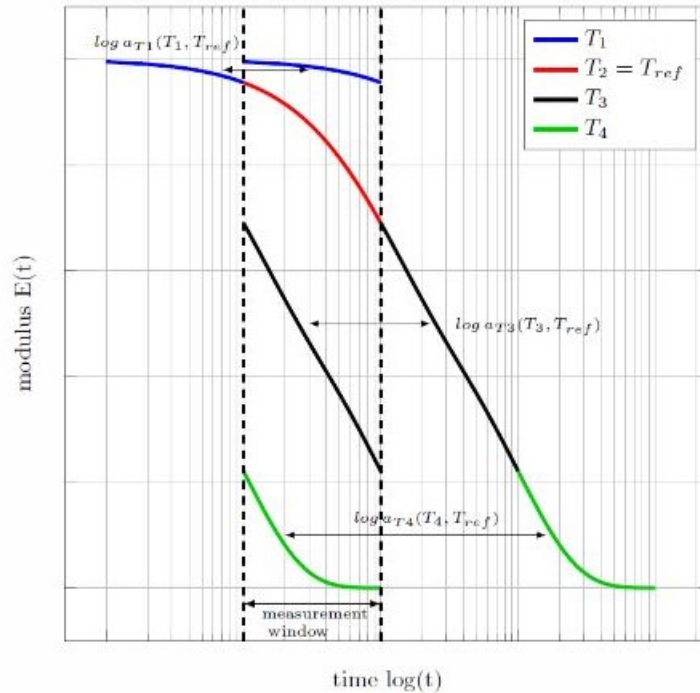


FIGURE 2.9 – Illustration du principe de superposition temps-température - M. Kraus et al. [1]

### 2.4.3 Conditions expérimentales

Comme indiqué précédemment, le principe d'équivalence temps-température permet d'extrapoler une mesure au delà de la fréquence limite d'excitation d'un dispositif DMA. Ainsi, à partir des essais réalisés entre 1 et 100 Hz, l'évolution fréquentielle du module de cisailment complexe  $G^*$  a été extrapolée sur une plage de fréquences allant de 1 à 2000 Hz, sachant que le premier mode de résonance des sandwichs carbone-époxy-DYAD601 étudiés se situe aux alentours de 1100 Hz.

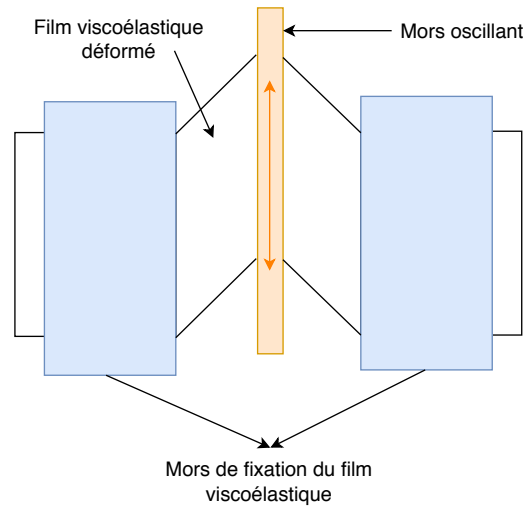


FIGURE 2.10 – Montage de cisaillement - DMA

Les caractéristiques des essais DMA réalisés sont les suivantes :

- Déplacement statique : 0.005 mm
- Déplacement dynamique : 0.175 mm
- Températures : 24°C (température de référence) / 18°C / 14°C
- Plage de fréquences mesurée : 1 à 100 Hz
- $L = 40$  mm,  $l = 1$  mm et  $h = 14$  mm

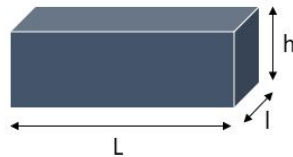


FIGURE 2.11 – Dimensions d'un échantillon testé sur le dispositif DMA

Les mesures réalisées à la température la plus basse (14°C) et à la température de référence (24°C), permettent d'obtenir un facteur de glissement  $\alpha_T$  afin de caractériser le matériau jusqu'à 2000 Hz. Les mesures réalisées à une température intermédiaire (18°C) sont menées afin de vérifier la continuité entre les mesures effectuées à 24°C et à 14°C.

### 2.4.4 Application de la méthode WLF

Le facteur de glissement est caractérisé par le décalage entre la courbe mesurée à une température de référence et celle mesurée à une température différente, celle-ci étant par la suite "décalée" pour reconstruire la courbe maîtresse. La méthode WLF a été appliquée sur les mesures dans le domaine fréquentiel. Les courbes obtenues à l'issue des mesures DMA sont dans un premier temps transposées sous forme logarithmique. Le résultat de cette opération est illustré sur la Figure 2.12 pour le module de conservation  $G'$  et sur la Figure 2.14 pour le module de perte  $G''$ .

Les constantes empiriques  $c_1$  et  $c_2$  de l'équation (2.14) étant inconnues pour le matériau DYAD601 et impossibles à déterminer à partir des mesures sur trois températures différentes, le facteur de glissement a été déterminé empiriquement en vérifiant la superposition des courbes pour différents facteurs de glissement (Figures 2.13 et 2.15).

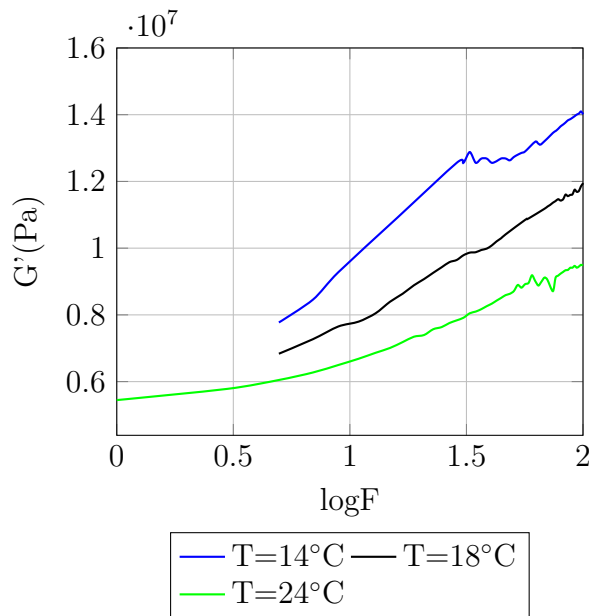


FIGURE 2.12 – Évolution temporelle du module de conservation avant glissement

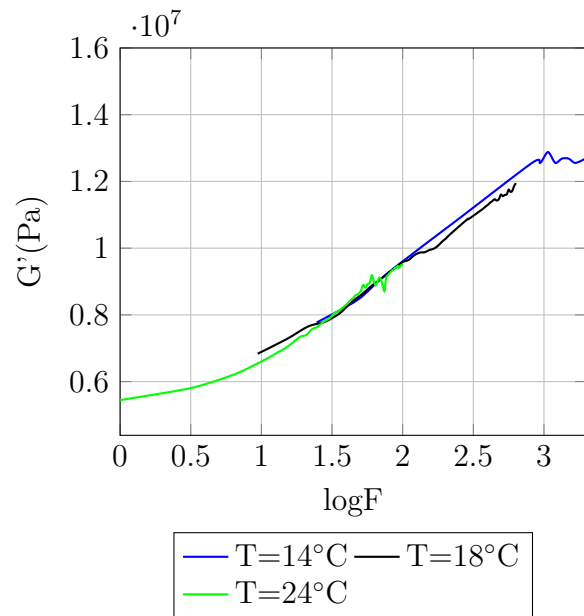


FIGURE 2.13 – Évolution temporelle du module de conservation après glissement

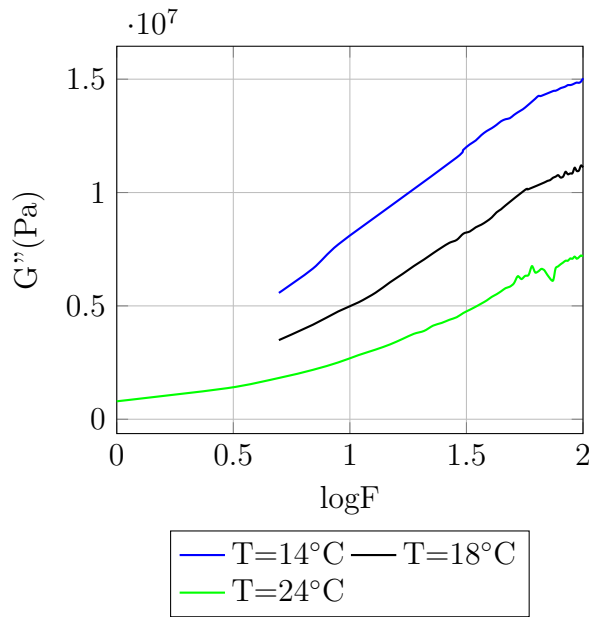


FIGURE 2.14 – Évolution temporelle du module de perte avant glissement

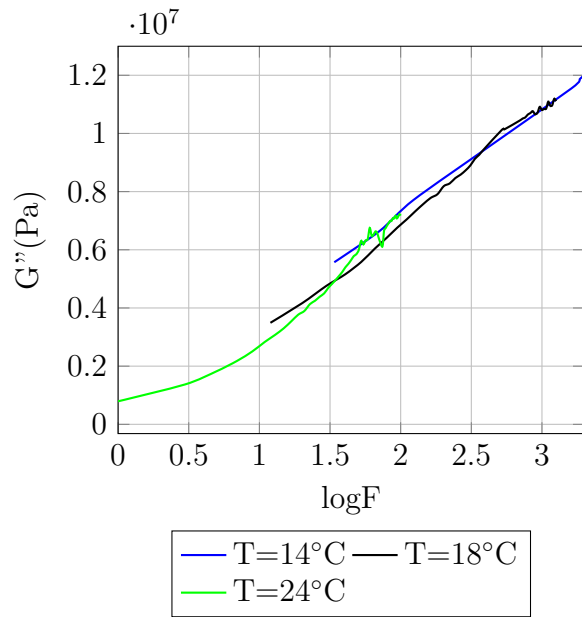


FIGURE 2.15 – Évolution temporelle du module de perte après glissement

### 2.4.5 Reconstruction des courbes finales

Finalement, après application de la WLF, la courbe maîtresse peut être reconstruite entre 1 et 2000 Hz par assemblage des courbes obtenues à 24 et 14 °C. (Figure 2.16). La courbe à 24°C est utilisée pour décrire le comportement de l'élastomère de 1 à 100 Hz et celle à 14°C pour le décrire de 100 à 2000Hz. La courbe à 18°C permet quant à elle de vérifier la cohérence des valeurs obtenues entre 10 et 500 Hz.



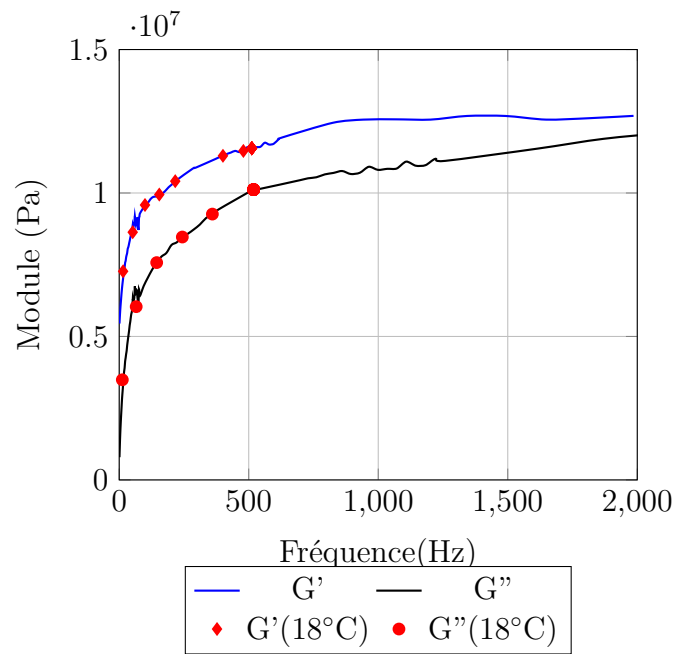


FIGURE 2.16 – Courbe maitresse  $G'$  et  $G''$

Le processus présenté ci-dessus a été reproduit sur trois échantillons de DYAD601 afin d'obtenir les courbes moyennes présentées sur les Figures 2.17 et 2.18.

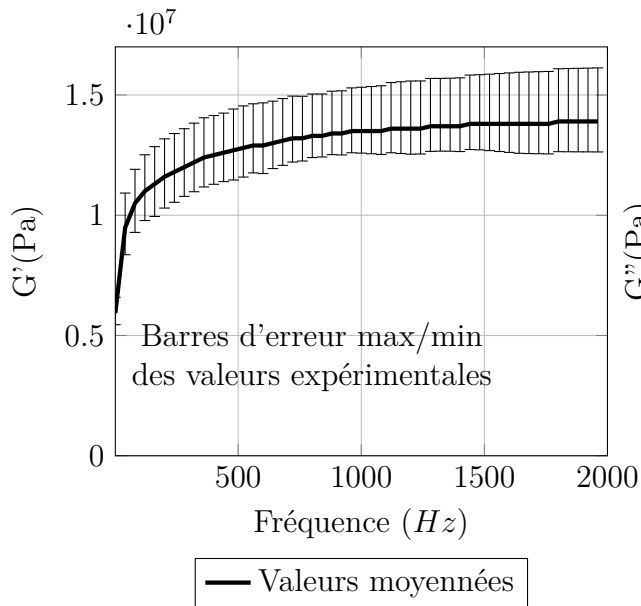


FIGURE 2.17 – Évolution fréquentielle du module  $G'$

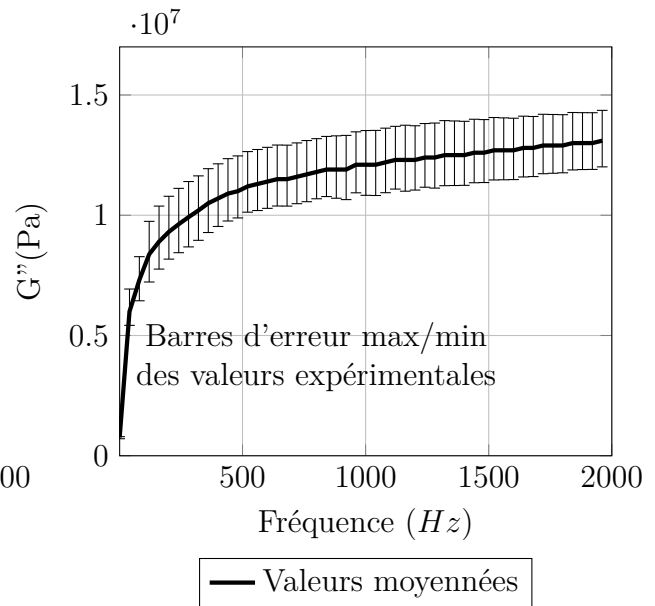


FIGURE 2.18 – Évolution fréquentielle du module  $G''$

Les figures ci-dessus montrent clairement que les composantes élastiques et visqueuses de l'élastomère varient de façon significative avec la fréquence d'excitation. Le niveau d'amortissement du matériau (rapport  $G''/G'$ ) ainsi que son module de cisaillement complexe  $G^*$  (équation 2.11) augmentent avec la fréquence puis semblent tendre vers une asymptote. La dispersion observée autour de la valeur moyenne s'explique par le fait que les échantillons ont été réalisés manuellement, ce qui a pu conduire à de légères variations de géométrie, et par une fixation manuelle des échantillons, ce qui a sans doute conduit à des pressions de fixation légèrement différentes. Notons enfin que les courbes présentées sur les Figures 2.17 et 2.18 peuvent être directement tabulées dans un jeu de données ABAQUS afin de modéliser la partie viscoélastique du DYAD601.

## 2.5 Moyens d'essais

### 2.5.1 Banc d'essai de Flexion 3-Points

Afin de comparer et d'ajuster les propriétés mécaniques des plaques stratifiées carbone-époxy avec ou sans couche viscoélastique, des mesures quasi-statiques de flexion 3-points ont été réalisées sur une machine Instron TM 5566A. Trois échantillons par catégorie de plaque ont été testés. Pour chaque test, un déplacement vertical descendant de 6mm est appliqué au centre de la plaque et sur toute sa largeur, la distance entre appuis étant de 130 mm (Fig. 2.19). La vitesse de descente est de 1mm/min. La force verticale résistante est mesurée et permet de calculer la raideur en flexion des différentes plaques testées.



FIGURE 2.19 – Flexion 3 points sur un échantillon de carbone-époxy

### 2.5.2 Banc d'essai dynamique en réponse fréquentielle

En parallèle, un banc d'essai a été construit afin de mesurer la réponse vibratoire des plaques fabriquées, soumises à une excitation sinusoïdale. Certaines recommandations extraites du livre de D. Ewins [35] ont été suivies afin de réaliser un banc d'essai simple et efficace. Une étude bibliographique montre que différents montages sont possibles pour mesurer la réponse en fréquence d'une plaque. Le premier consiste à utiliser un pot vibrant relié à un générateur de fréquence afin d'exciter la plaque via une tige reliant le pot vibrant et la plaque. Des accéléromètres positionnés sur la plaque permettent de mesurer sa réponse en fréquence [36], [37]. Le second montage consiste à exciter la plaque composite directement via

son support puis à mesurer l'accélération à partir d'un accéléromètre fixé à la plaque [38] ou d'un laser [39]. Exciter la plaque via un champ magnétique est aussi possible via un aimant fixé à la structure composite [40]. La combinaison de cet aimant à une bobine joue le rôle d'excitateur. En faisant varier l'alimentation électrique de la bobine, le champ magnétique est modifié, créant ainsi l'attraction ou la répulsion de l'aimant positionné sur la plaque. Les différents montages expérimentaux listés ci-dessus sont généralement utilisés pour l'étude de plaques libres-libres et/ou encastrées-libres. Notons que la condition libre-libre peut être reproduite en suspendant par des fils la plaque à un support rigide.

La Figure 2.20 présente le montage réalisé dans le cadre de ce travail de thèse. Il comprend une plaque suspendue par des fils de nylon à une structure support rigide. Un pot vibrant fixé à seconde structure rigide excite la plaque. Il est relié à un générateur de fréquence qui permet de contrôler le déplacement sinusoïdal appliqué au centre de la plaque. Un accéléromètre PCB (353 B17), placé au même endroit que le pot vibrant mais de l'autre côté de la plaque, mesure l'accélération au centre de celle-ci. Ses caractéristiques techniques sont listées ci-dessous :

- Ecart d'amplitude : 0% entre 100 et 1000 Hz, 0.3% entre 1000 et 3000 Hz
- Sensibilité du capteur : 10.13 mV/g

Afin de mesurer l'effort appliqué par le pot vibrant, un capteur d'effort PCB (208 C02), dont les caractéristiques techniques sont listées ci-dessous, est inséré entre le pot vibrant et la plaque. Une tige de 60 mm de long et 4 mm de diamètre réalise la liaison entre le pot vibrant et la plaque.

- Effort admissible : 445 N max
- Sensibilité du capteur : 11.25 mV/N

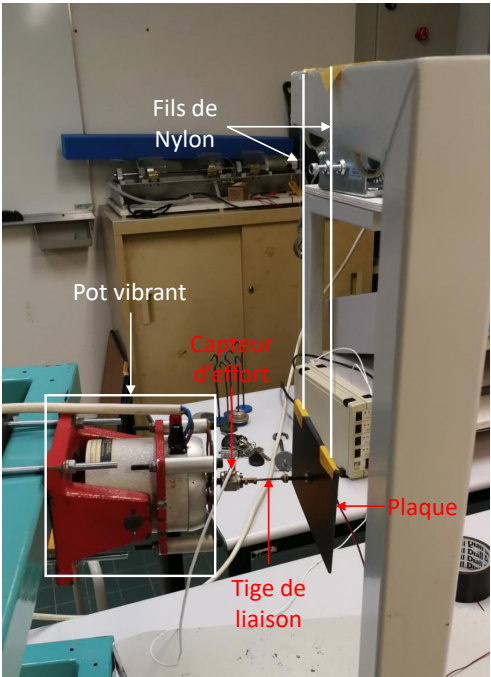


FIGURE 2.20 – Banc de réponse fréquentielle

## 2.6 Réalisation des échantillons de plaques

Les diverses plaques testées (avec ou sans couche viscoélastique) ont été réalisées à l'Icam de Nantes dans l'atelier composites.

Le procédé de fabrication peut être décomposé en 3 grandes parties, décrites de façon détaillée dans la littérature - voir par exemple [41] et [42] :

- 1/ Préparation et assemblage des pré-imprégnés carbone-époxy
- 2/ Cuisson de différents plis assemblés sous-vide
- 3/ Découpe des échantillons aux dimensions finales

Dans l'étude qui nous intéresse, toutes les plaques ont été fabriquées en utilisant du pré-imprégné HexPly® UD carbone-époxy M79/35%/UD6000/CHS.

Trois différents groupes de plaques ont été fabriqués :

- Le premier groupe de plaques est fabriqué en ne stratifiant que des plis carbone-époxy. Comparé aux deux autres types de plaques décrits ci-après, on s'attend à ce que sa raideur soit la plus importante et son amortissement le plus faible.
- Dans le second groupe, les stratifiés carbone-époxy incluent une couche de matière viscoélastique. Comparés aux autres groupes, les sandwichs obtenus sont les moins raides mais a priori les plus amortis.
- Quant aux plaques du troisième groupe, 9 trous de diamètre 10 mm sont percés dans la couche viscoélastique avant drappage. Ils ont pour but de laisser passer la résine lors de l'étape de cuisson afin de créer 9 "ponts" de résine reliant entre elles les peaux supérieure et inférieure en carbone-époxy. La répartition spatiale des ponts est présentée sur la Figure 2.21 et l'espace occupé par les trous représente 6% de la surface totale de la plaque.

Lors de la fabrication des plaques sandwichs, le matériau DYAD601 est inséré avant cuisson entre les peaux inférieure et supérieure en carbone-époxy. Une cuisson est ensuite réalisée à 120°C pendant 3 heures dans une étuve munie d'une pompe à vide afin de contrôler la pression. Les trous dans la couche viscoélastique sont réalisés à l'emporte pièce. Aucun ajout de résine ou de fibre n'est fait dans les trous créés. Lors de la création de ces plaques sandwichs, on a estimé que l'excès de résine des pré-imprégnés était suffisant pour combler

les trous dans le DYAD601, créant ainsi des ponts entre les peaux du sandwich.

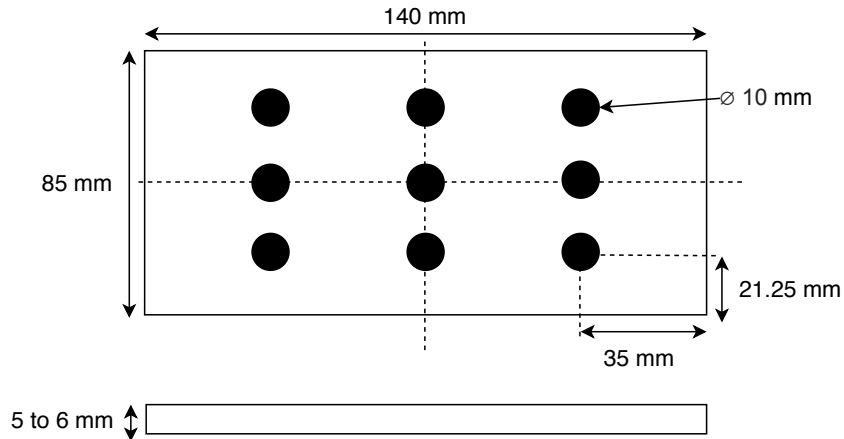


FIGURE 2.21 – Répartition spatiale des ponts dans les plaques du 3<sup>ème</sup> groupe

Types	Empilements	Épaisseurs théoriques (mm)
Type 1 - Plaques monolithiques carbone-époxy	$[0, 90_2, 0]_S$	5
Type 2 - Sandwich carbone-époxy DYAD601	$[0, 90_2, 0, \text{DYAD601}]_S$	6
Type 3 - Sandwich carbone-époxy DYAD601 et 9 ponts	$[0, 90_2, 0, \text{DYAD601}]_S$	6

Tableau 2.3 – Séquence d’empilement des différents groupes de plaques

## 2.7 Conclusion

Les différents travaux présentés dans ce chapitre permettent de mettre en lumière les modèles qui ont été utilisés afin de reproduire le comportement du carbone-époxy et celui du DYAD601. Un modèle orthotrope sera utilisé pour la modélisation du carbone-époxy. Concernant le DYAD601, la partie viscoélastique sera décrite par les évolutions fréquentielles de  $G'$  et  $G''$  mesurées sur le dispositif DMA. La partie hyperélastique sera quant à elle décrite par un modèle Néo-Hookéen permettant de modéliser l’incompressibilité du DYAD601. Les

montages de flexion 3 points quasi-statique et de réponse fréquentielle ont été présentés et les résultats obtenus seront utilisés par la suite afin de valider les paramètres des modèles éléments finis développés dans le cadre de ce travail ainsi que les valeurs numériques utilisées dans les différentes lois de comportement.



# Chapitre 3

## Analyses numérique et expérimentale d'une plaque monolithique carbone-époxy

### Résumé

Au chapitre 2, les lois de comportement utilisées pour modéliser les réponses statique et dynamique d'une structure composite carbone-époxy d'une part et d'un matériau visco-hyperélastique (DYAD601) d'autre part ont été présentées. Dans ce chapitre, un modèle de calcul par éléments finis d'une plaque monolithique carbone-époxy est construit et les résultats de simulations en flexion quasi-statique 3 points et en réponse fréquentielle de cette plaque sont comparés aux résultats d'essais. Ces confrontations calculs/essais permettent de valider les paramètres de modélisation mais aussi les caractéristiques matériaux utilisés par la suite pour étudier le comportement des plaques sandwichs.

### 3.1 Introduction

L'objectif du présent chapitre est, dans un premier temps, de mettre au point un modèle éléments finis pour simuler les réponses statiques et dynamiques d'une plaque carbone-époxy

puis, dans un second temps, de valider le modèle développé en confrontant les résultats numériques aux mesures expérimentales. Ce travail permet également de valider les caractéristiques mécaniques (raideur et amortissement) d'un composite carbone-époxy qui seront utilisées dans les études numériques présentées aux chapitres 4, 5 et 6.

## 3.2 Analyse numérique par éléments finis

### 3.2.1 Étude bibliographique

Plusieurs théories de plaques permettent de décrire le comportement de plaques stratifiées. Reddy [43] et plus récemment Khandan [44] ont présenté et comparé les théories "single layer" et les théories "multi-couches". L'une des premières approches développées pour l'étude des plaques composites est la "Classical Laminate Theory" (CLT). Elle est basée sur la théorie des plaques de Love-Kirchhoff et utilise comme hypothèse principale le fait que la ligne normale au plan moyen de la plaque avant déformation reste normale au plan après déformation (Figure 3.1b). Cette hypothèse implique l'absence de cisaillement transverse dans le stratifié. Cette théorie est utilisée pour modéliser des plaques minces et permet d'obtenir des résultats rapides et précis pour ce type de plaque. Elle constitue la base des théories de plaques appliquées aux structures composites.

L'approche "First-order Shear Deformation Theory" (FSDT), qui est une extension de la théorie des plaques de Mindlin-Reissner [45] [46] appliquée aux structures composites, prend en compte le cisaillement transverse. On fait alors l'hypothèse que la ligne normale au plan moyen reste droite même après déformation mais elle n'est plus normale au plan milieu (Figure 3.1c). Ceci implique l'ajout de termes de cisaillement dans la représentation cinématique de la plaque. Dans cette approche, on fait également l'hypothèse que la contrainte de cisaillement reste constante dans l'épaisseur du composite. L'application d'un facteur de correction en cisaillement est alors nécessaire afin de respecter les conditions aux limites des couches inférieure et supérieure de la structure. Comparée à l'approche CLT, l'approche FSDT permet d'obtenir de meilleurs résultats pour des plaques épaisses mais elle reste toutefois limitée à une représentation uniforme du cisaillement transverse.

D'autres approches telles que la "High-order Shear Deformation theory" (HSDT) rendent compte d'une variation plus complexe de la contrainte de cisaillement dans l'épaisseur d'un stratifié (Figure 3.1d), ce qui permet d'obtenir un comportement mécanique plus réaliste. En revanche, ces modèles sont plus complexes à résoudre mais aussi plus coûteux en temps de calcul que les modèles basés sur les approches CLT et FSDT. Les approches HSDT sont préconisées dans le cas de structures composites car elles ne nécessitent pas de facteur de correction. La représentation parabolique du cisaillement transverse permet de respecter la condition de contrainte en cisaillement nulle sur les surfaces inférieure et supérieure de la plaque.

D'autres théories développées plus récemment telles que la théorie "layerwise" et la théorie "Zig-Zag" seront présentées au Chapitre 4 car elles sont surtout utilisées pour l'étude de plaques sandwichs.

Les approches CLT et FSDT sont proposées dans le code de calcul par éléments finis ABAQUS pour modéliser le comportement de structures en matériaux composites. Les plaques étudiées ici ayant un élancement relativement faible (ratio longueur sur épaisseur égal à 30), les essais de flexion 3 points et de réponse fréquentielle peuvent induire des déformations en cisaillement transverse, ce qui nécessite au minimum l'utilisation de la théorie FSDT. L'hypothèse des petites déformations permet d'utiliser cette théorie pour modéliser correctement le cisaillement transverse sans avoir besoin d'utiliser des théories d'ordre supérieur (HSDT), plus complexes à mettre en oeuvre.

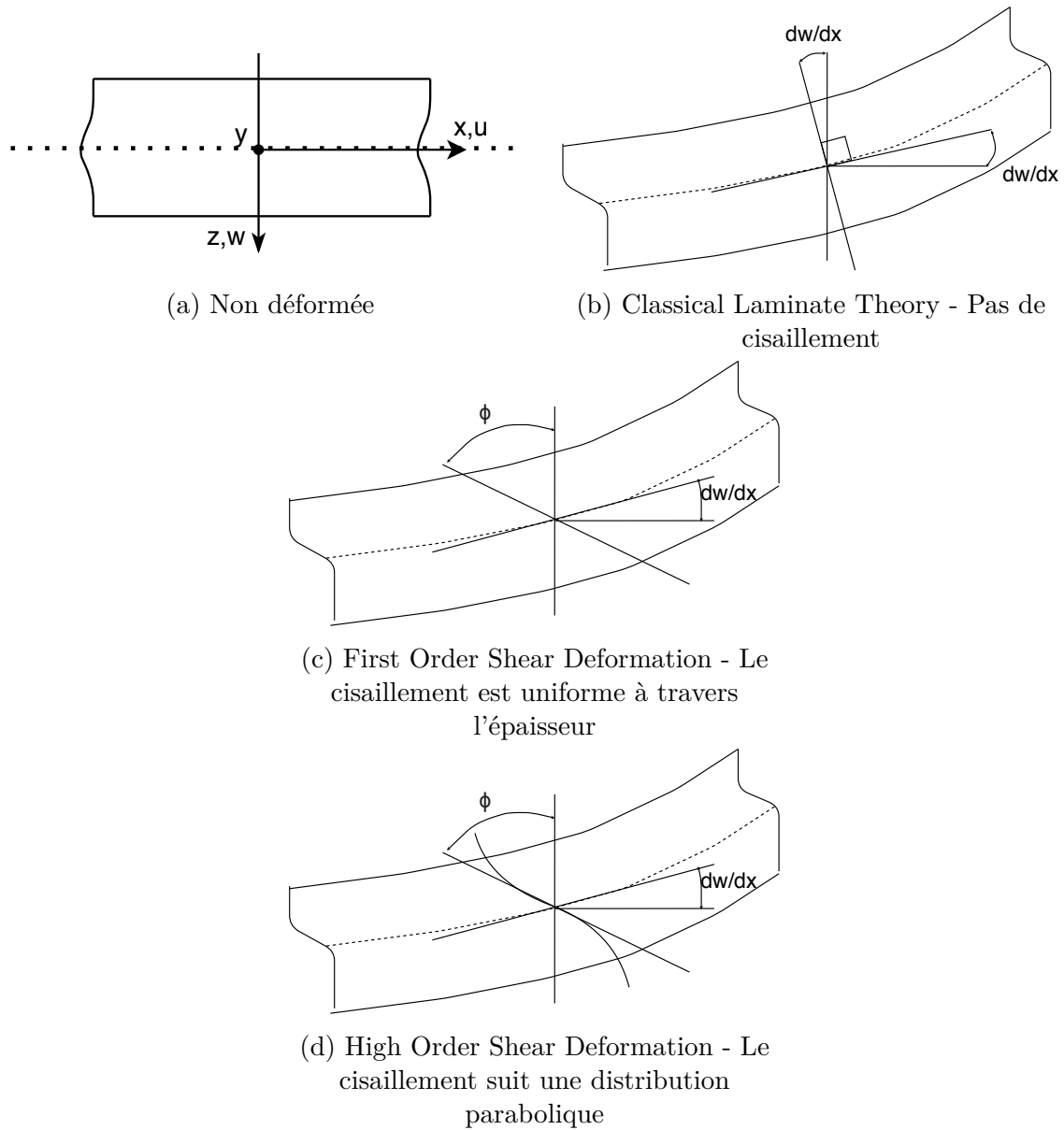


FIGURE 3.1 – Profils de déformation associés aux différentes théories des plaques

### 3.2.2 Mise en place d'un modèle numérique par éléments finis

#### Présentation du modèle

Un modèle éléments finis est créé afin de représenter le comportement d'une plaque monolithique carbone-époxy. Les éléments surfaciques S4R qui sont utilisés pour discrétiser les plaques étudiées sont basés sur une formulation de Koiter-Sanders [23], permettant la prise en compte du cisaillement transverse. Le couplage de ces éléments S4R et du module d'empilement de couches proposé dans ABAQUS permet de définir complètement un stratifié.

Les caractéristiques du modèle sont les suivantes :

- Dimension de la plaque théorique : 140 x 85 x 5 mm
- Empilements de couches carbone-époxy :  $[0,90,90,0]_S$

La longueur, la largeur et l'épaisseur des plaques fabriquées pour les essais ont été mesurées avec un instrument de mesure précis à  $10^{-2}$  mm. La Figure 3.2 rend compte des variations d'épaisseur mesurées sur l'une des trois plaques fabriquées. Le procédé de fabrication de ces plaques, qui met en oeuvre plusieurs étapes réalisées sans outillage précis, conduit à une épaisseur de plaque légèrement variable. Afin de modéliser le plus précisément possible les plaques fabriquées, un découpage du maillage en 9 zones d'épaisseurs distinctes a été réalisé. A chaque zone est attribuée une épaisseur correspondant à la moyenne de 3 points de mesures réalisés dans la zone.

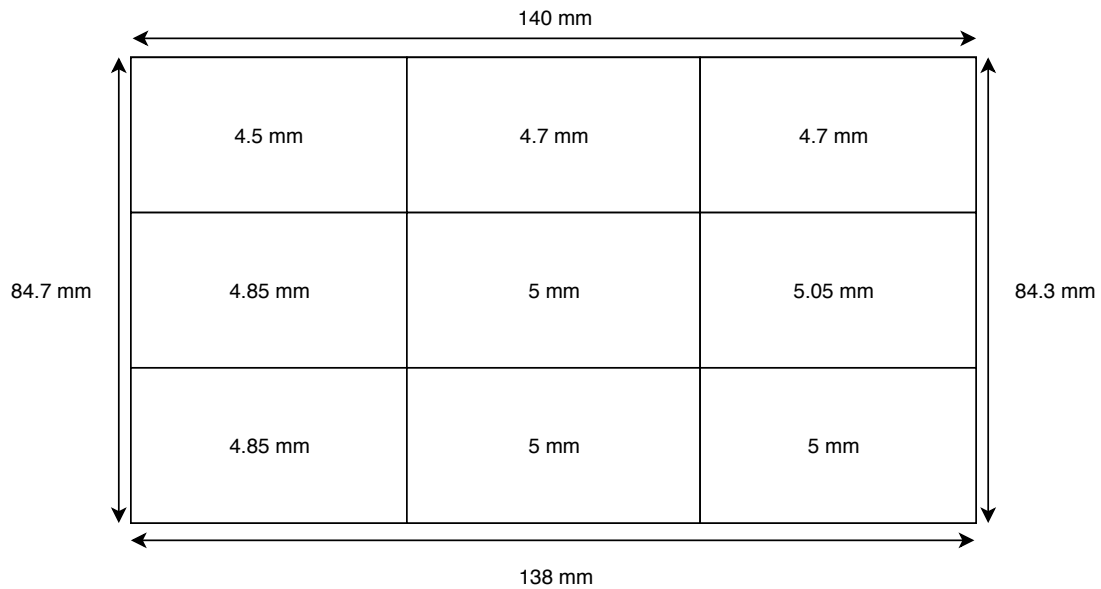


FIGURE 3.2 – Dimensions échantillon carbone-époxy

### Conditions aux limites et chargements

Pour l'analyse statique en flexion 3 points, un appui simple est appliqué à 5 mm d'un bord de la plaque et une rotule est définie de l'autre côté de la plaque, sur les noeuds situés également à 5 mm du bord (Figure 3.3). Le chargement statique est appliqué au centre de la plaque et sur une bande de 1.5mm. L'analyse de réponse fréquentielle est réalisée, quant à elle, en condition libre-libre (Figure 3.4). Le chargement dynamique est appliquée au centre de la plaque sur une surface de 16mm<sup>2</sup>.

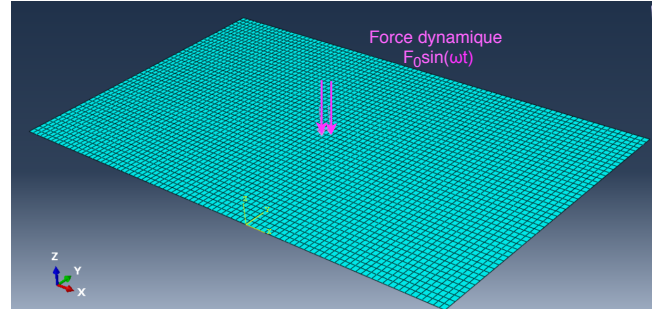
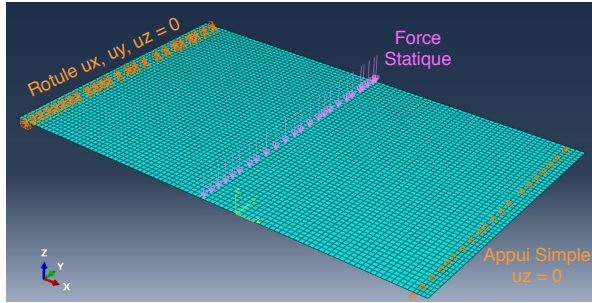


FIGURE 3.3 – Modèle de flexion 3 points      FIGURE 3.4 – Modèle de réponse fréquentielle

### Propriétés des matériaux utilisés

Les caractéristiques mécaniques d'un pli carbone-époxy, présentées au Chapitre 2 et listées pour rappel dans le Tableau 3.1, sont appliquées aux éléments surfaciques S4R. En prenant comme référence les mesures en flexion 3 points, nous verrons par la suite qu'il sera nécessaire de réajuster le module d'Young longitudinal  $E_{11}$  afin de corrélérer résultats numériques et expérimentaux.

$E_{11}$ (MPa)	$E_{22}=E_{33}$ (MPa)	$G_{12}=G_{13}$ (MPa)	$G_{23}$ (MPa)	$\nu_{12}=\nu_{13}$	$\nu_{23}$	$\rho$ ( $T/mm^3$ )
100000	8110	4650	5000	0.3	0.4	1.4E-9

Tableau 3.1 – Propriétés mécaniques d'un pli carbone-époxy

### 3.2.3 Réponse Directe en Fréquence

Pour simuler la réponse en fréquence des plaques étudiées dans le cadre de cette thèse, la méthode de réponse directe est retenue car elle permet de prendre en compte l'évolution fréquentielle des caractéristiques mécaniques d'un matériau, et notamment de l'élastomère utilisé dans les échantillons de plaques sandwichs. Cette méthode est suggérée par Vasques [2] et utilisée par Myklestad [47], Snowdon [48] et Beth [49]. Dans cette approche, l'équation

matricielle suivante est résolue sur une plage de fréquence donnée.

$$\begin{bmatrix} \Re(D) & \Im(D) \\ \Im(D) & -\Re(D) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Re[u(\omega)] \\ \Im[u(\omega)] \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Re[F(\omega)] \\ -\Im[F(\omega)] \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

où  $u(\omega)$  désigne le vecteur déplacement complexe et  $F(\omega)$  la force sinusoïdale appliquée.  $\Re(D)$  and  $\Im(D)$  sont respectivement les parties réelle et imaginaire de la matrice de raideur dynamique  $D$  définie par :

$$\Re(D) = K(\omega) - \omega^2 M \quad \Im(D) = -C_{tan\delta}(\omega) \quad (3.2)$$

où  $K(\omega)$  la matrice de raideur,  $\omega = 2\pi f$  la pulsation,  $M$  la matrice de masse et  $C_{tan\delta}(\omega)$  la matrice proportionnelle d'amortissement structural. Elle peut s'exprimer par :

$$C_{tan\delta}(\omega) = tan\delta * K(\omega) \quad (3.3)$$

Des mesures de réponse fréquentielle ont été réalisées sur le banc d'essai présenté au paragraphe 2.5.2 en variant la fréquence d'excitation de 500 à 1700 Hz avec un pas de 5 Hz. Cet intervalle de fréquence, également considéré dans les simulations numériques, permet d'observer la réponse associée au premier mode de flexion de la plaque.

Afin de comparer les résultats numériques et expérimentaux, l'accélération mesurée (ou calculée) au centre de la plaque est post-traitée. L'évolution fréquentielle de l'accélération est alors calculée à partir de l'équation suivante :

$$A(\omega) = \left| \frac{a(\omega)}{F(\omega)} \right| \quad ; \quad a(\omega) = -\omega^2 u(\omega) \quad (3.4)$$

où  $a(\omega)$  est l'accélération post-traitée au centre de la plaque (à la position exacte de l'accéléromètre) et  $F(\omega)$  est l'amplitude de la force sinusoïdale appliquée. Le gain en accélération



$G_{dB}$  pour une pulsation  $\omega$  est ensuite calculé de la façon suivante :

$$G_{dB}(\omega) = 20 \cdot \text{Log}_{10} \left( \left| \frac{a(\omega)}{F(\omega)} \right| \right) \quad (3.5)$$

### 3.2.4 Étude de convergence du maillage

Une analyse de sensibilité est menée afin de s'assurer que la finesse de maillage est suffisante pour représenter correctement les modes de déformations statiques et dynamiques de la plaque. Des simulations numériques sont ainsi réalisées pour des tailles d'éléments quadratiques variant de 0.5 à 1.5 mm.

#### Flexion statique 3 points

Une première analyse de convergence de maillage est réalisée en considérant la réponse statique de la plaque en flexion 3 points. Les résultats, présentés dans le Tableau 3.2, montrent que la raideur en flexion statique reste identique quelle que soit la taille d'élément considérée. Précisons ici que la raideur statique en flexion  $K$  est déterminée par l'expression ci-dessous :

$$K = F/u \quad (3.6)$$

où  $F$  est la force appliquée au centre de la plaque et  $u$  le déplacement post-traité au même endroit.

Taille des éléments quadratiques (mm)	$K(N/mm)$
0.5	1111
0.75	1111
1.5	1111

Tableau 3.2 – Comparaison de la raideur statique en flexion pour différentes tailles de mailles

### Réponse fréquentielle

La réponse fréquentielle de la plaque peut, elle aussi, être sensible à la finesse de maillage. Une analyse de convergence est donc menée afin de vérifier que le raffinement du maillage est également suffisant pour représenter correctement la réponse dynamique de la plaque sur le premier mode. La Figure 3.5 montre l'évolution fréquentielle du gain en accélération défini par l'équation 3.5 pour 4 différentes tailles de maille.

On constate sur cette figure que la réponse reste quasiment identique quelle que soit la taille de maille choisie et même le maillage le plus grossier permet de reproduire correctement la déformation en flexion ainsi que l'accélération du centre de la plaque.

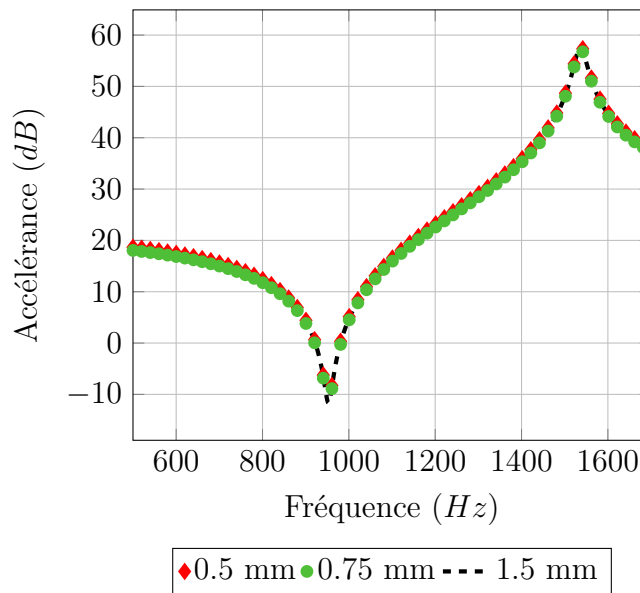


FIGURE 3.5 – Comparaison des courbes d'accélération pour différentes tailles de maille

### 3.3 Analyse expérimentale

Des mesures de flexion 3 points quasi-statique et de réponse fréquentielle ont été réalisés sur des plaques monolithiques carbone-époxy mesurant 5 mm d'épaisseur.

La Figure 3.6 montre les mesures de flexion réalisés sur les 3 plaques fabriquées. La droite moyenne est calculée et sera utilisée ultérieurement, lors de la comparaison entre essais et modèle éléments finis.

La Figure 3.7 montre l'évolution fréquentielle de l'accélération en dB mesurée pour chacune de ces 3 plaques. La dispersion des résultats ne permet pas de réaliser une moyenne significative. Cette dispersion s'explique par les légères différences de géométrie des 3 plaques (et notamment la répartition d'épaisseur). La comparaison entre modèle éléments finis et les mesures ne se fera donc pas à partir d'une courbe moyenne mais en considérant chaque plaque testée de manière indépendante.

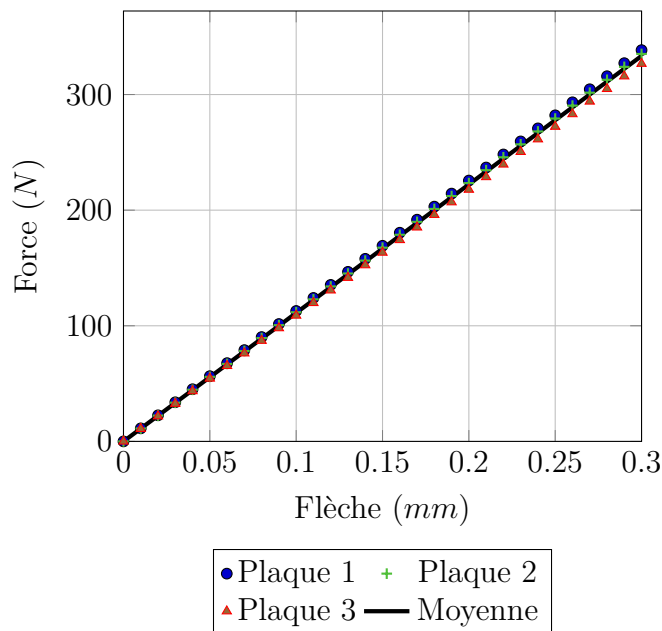


FIGURE 3.6 – Flexion statique : évolution de la force résistante en fonction de la flèche

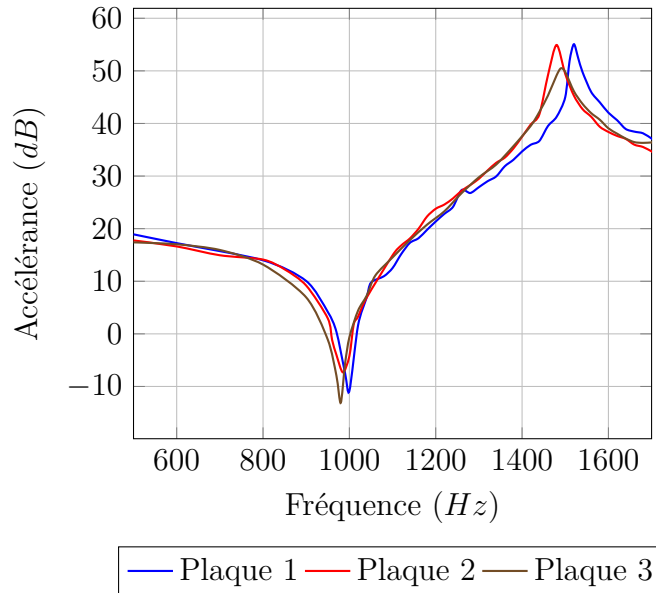


FIGURE 3.7 – Évolution fréquentielle de l'accélération mesurée au centre de la plaque

## 3.4 Résultats éléments finis et ajustement du modèle

### 3.4.1 Réponse en flexion statique

Les dimensions mesurées sur les trois plaques fabriquées (celles de la plaque 1 sont présentées sur la Figure 3.2) sont considérées lors de la construction des modèles éléments finis afin de représenter le plus fidèlement possible la réalité, en tenant compte notamment des variations d'épaisseur constatées. Les propriétés mécaniques du carbone-époxy sont présentés Chapitre 2. Ces propriétés permettent de représenter le comportement orthotrope du matériau aux éléments surfaciques S4R. Des simulations numériques reproduisant les essais sont réalisées et comparées aux mesures afin d'ajuster les propriétés du stratifié carbone époxy utilisées dans le modèle éléments finis.

Les résultats numériques et expérimentaux en flexion 3 points quasi-statique sont comparés sur la Figure 3.8 : la courbe expérimentale correspond à la moyenne obtenue à partir des trois courbes issues des mesures. Les valeurs maximales et minimales mesurées sont

représentées sous forme de barres d'erreurs permettant d'observer la dispersion des résultats. Un module élastique  $E_{11}$  de 90 000 MPa pour le carbone-époxy semble permettre de recalibrer les résultats issus du modèle éléments finis aux résultats expérimentaux. D'autres simulations ont été réalisées en faisant varier le module élastique transverse  $E_{22} = E_{33}$  mais ne sont pas présentées car il s'avère que les résultats numériques obtenus sont peu sensibles à ces variations. Ceci est dû au fait que les peaux comportent uniquement des plis à 0 et à 90° et au fait que le nombre de plis orientés à 0 et à 90° est le même. La raideur en traction et en compression d'une peau sera donc la même dans la direction 1 (direction des fibres pour un pli à 0°) et dans la direction 2 (direction des fibres pour un pli à 90°).

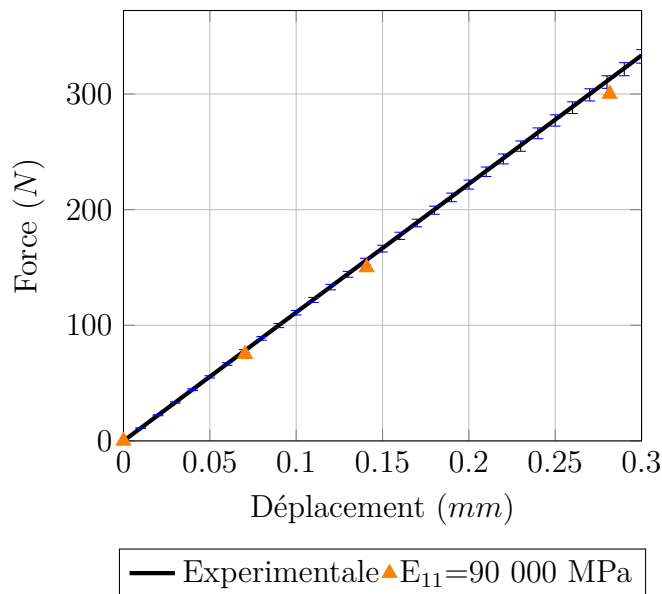


FIGURE 3.8 – Résultats en flexion 3 points d'une plaque monolithique carbone-époxy - Les résultats numériques sont représentés par des  $\triangle$  et la moyenne obtenue à partir des essais expérimentaux est représentée par une ligne continue

### 3.4.2 Réponse dynamique

Des simulations numériques de réponse fréquentielle sont ensuite menées en considérant chaque plaque fabriquée de manière indépendante. La méthode de bande passante à -3dB est utilisée pour estimer l'amortissement structural des plaques à partir des résultats issus des

essais expérimentaux.

$$\eta = \frac{\Delta f}{f_0} \quad (3.7)$$

où  $\eta$  est l'amortissement structurel,  $f_0$  la fréquence de résonance et  $\Delta f$  la largeur de bande à -3dB.

Afin de vérifier l'amortissement structural considéré pour le stratifié carbone-époxy, des simulations sont réalisées en faisant varier  $\tan \delta$  de 0.01 à 0.02. Une valeur de 0.018 permet de représenter le plus fidèlement les résultats expérimentaux. Pour rappel,  $\tan \delta$  est défini par :

$$\tan \delta = \frac{G''}{G'} \quad (3.8)$$

où  $G'$  est le module de conservation en cisaillement et  $G''$  est le module de perte.

Les évolutions en fréquence de l'accélération (en dB) sont comparées aux résultats expérimentaux sur la Figure 3.9. Pour chacune des trois plaques, les niveaux d'amplitude à la résonance et les fréquences associées, extraits des graphiques de cette figure sont présentés dans le Tableau 3.3.

Les résultats montrent que quelque soit la plaque testée, les écarts entre le modèle éléments finis et les mesures ne dépassent pas les 1.3% pour la fréquence propre du premier mode de flexion. Un écart inférieur ou égal à 10% est constaté sur l'amplitude de l'accélération à la résonance. Cet écart peut s'expliquer de la façon suivante. La résonance est un phénomène local qui peut être mal représenté si la fréquence propre de la plaque se situe entre deux fréquences excitées par le générateur, sachant que celui excitait les plaques avec un pas de 10 Hz. On peut conclure malgré tout que le modèle numérique mis en place pour les plaques carbone-époxy reproduit assez fidèlement le comportement des plaques testées. Les propriétés du carbone-époxy peuvent donc être fixées en prenant  $E_{11} = 90\,000$  MPa et  $\tan \delta = 0.018$  et ces valeurs seront utilisées dans les prochaines simulations.

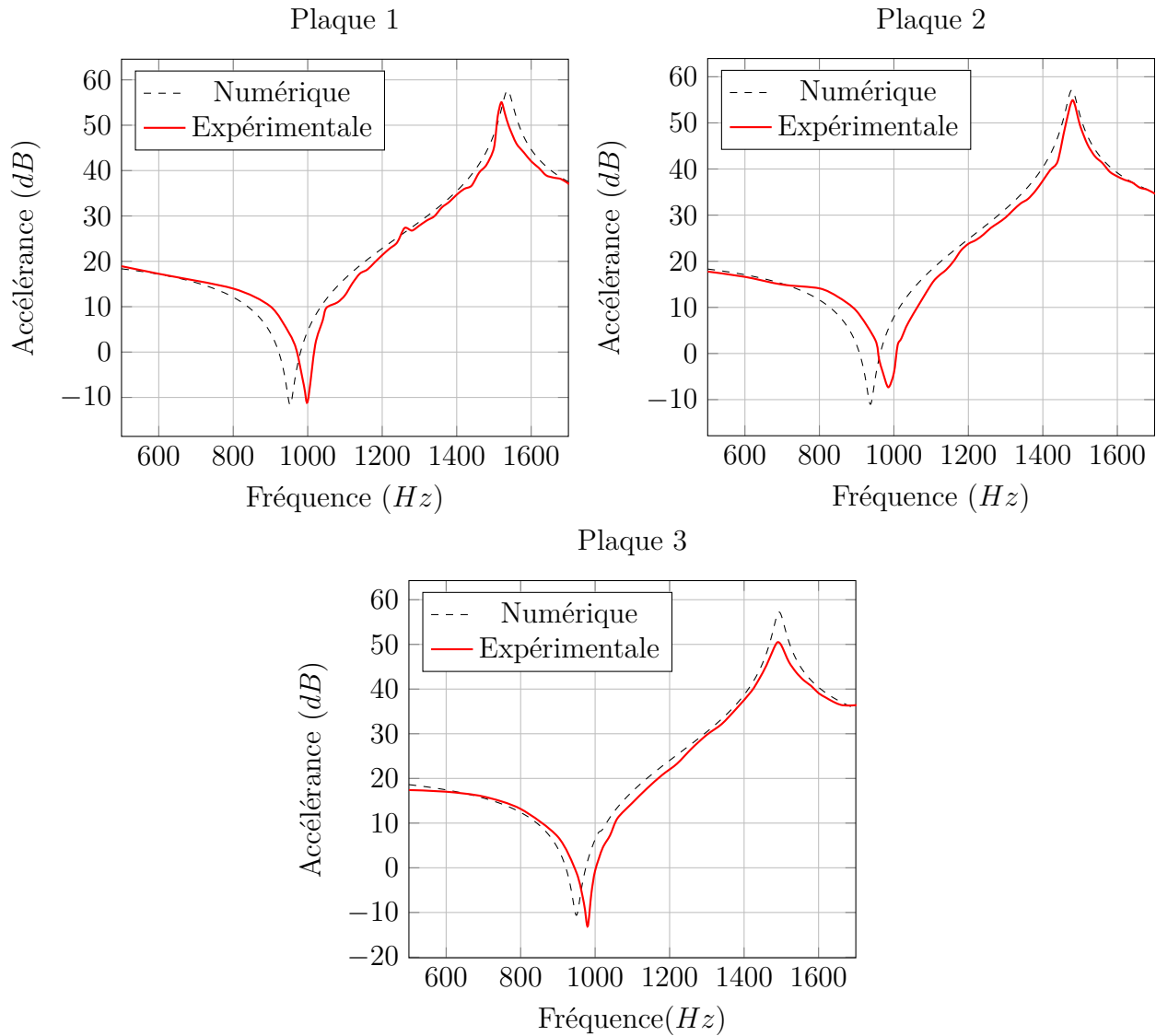


FIGURE 3.9 – Évolution de l'accélération du centre de la plaque en fonction de la fréquence - Comparaison des résultats numériques et expérimentaux des plaques carbone-époxy

	Amplitude à la résonance (dB)			Fréquence Propre (Hz)		
	Num.	Exp.	Ecart	Num.	Exp.	Ecart
P1	57	55	3.5%	1539	1520	1.3%
P2	57	55	3.5%	1480	1480	0%
P3	57	51	10%	1495	1490	0.4%

Tableau 3.3 – Résumé des résultats obtenus expérimentalement et par modélisation éléments finis pour les plaques carbone-époxy fabriquées



## 3.5 Conclusion

Le travail présenté dans ce chapitre a permis de recalibrer les modèles éléments finis mis au point pour simuler les réponses en flexion statique et dynamique d'une plaque monolithique carbone-époxy.

Dans un premier temps, le modèle éléments finis a été construit en se basant sur la géométrie exacte des plaques fabriquées. La finesse de maillage à adopter a été fixée à l'issue d'une étude de convergence de maillage.

Dans un second temps, les résultats issus des simulations ont été confrontés aux résultats expérimentaux. Les bonnes corrélations obtenues aussi bien pour l'étude du comportement en flexion statique 3 points que pour l'étude en réponse forcée ont permis de valider les modèles développés, et plus particulièrement les lois de comportement utilisées ainsi que les caractéristiques mécaniques d'un pli carbone-époxy.

Ces paramètres de modélisation seront utilisés dans l'étude d'une plaque amortie incluant une couche viscoélastique contrainte entre les peaux supérieure et inférieure de la plaque.

# Chapitre 4

## Analyses numérique et expérimentale d'une plaque carbone-époxy incluant une couche de matériau viscoélastique

### Résumé

Au chapitre 3, un modèle éléments finis d'une plaque carbone-époxy construit avec des éléments surfaciques a été présenté. Ce modèle a ensuite été confronté aux résultats issus d'un essai de flexion statique 3 points ainsi qu'à ceux issus d'essais de réponse en fréquence de plaques libres-libres. Le module d'élasticité longitudinal utilisé dans le modèle a été ajusté en corrélant les résultats numériques et expérimentaux. Dans le présent chapitre, les études numériques et expérimentales en flexion statique 3 points et en réponse fréquentielle d'une plaque carbone-époxy incluant une couche de matériau viscoélastique DYAD601 permettent de valider les propriétés mécaniques de l'élastomère utilisées dans les simulations.

### 4.1 Introduction

L'objectif du présent chapitre est dans un premier temps de mettre au point un modèle éléments finis (choix du type et de la taille des éléments) afin de simuler les réponses statique

et dynamique d'une plaque carbone-époxy incluant une couche viscoélastique puis, dans un second temps, de valider le modèle développé en confrontant les simulations numériques aux mesures. Ce travail permet également de valider les caractéristiques mécaniques (raideur et amortissement) du matériau amortissant DYAD601 qui seront considérées dans les études numériques présentées aux chapitres 5 et 6.

## 4.2 Analyse numérique par éléments finis

### 4.2.1 Étude bibliographique

Il existe différentes manières de modéliser des structures composites incluant une couche de matériau viscoélastique. Pour des structures composites sandwichs, H. Hu, S. Belouettar, M. Poitier-Ferry & E.M. Daya [50] ont comparé les théories permettant de modéliser une plaque stratifiée. Plusieurs théories de plaques ont été analysées : CLT (Classical Laminate Theory), FSDT (First Order Shear Deformation Theory) et HSDT (High Order Shear Deformation Theory) [51]. Toutes se basent sur des théories de plaque initialement développées pour des structures isotropes et homogènes dans l'épaisseur. Elles ne permettent pas de décrire le comportement de plaques sandwichs ayant de fortes épaisseurs, des écarts trop importants entre les propriétés mécaniques du coeur et des peaux ou une anisotropie trop sévère. Pour cela, d'autres méthodes telles que l'approche "Layerwise" ou l'approche "Zig-Zag" ont été développées [52]. L'approche Layerwise permet notamment de décrire cinématiquement chaque couche, c'est-à-dire la peau supérieure, la couche centrale et la peau inférieure du sandwich.

Des solutions analytiques basées sur une approche Layerwise ont été développées pour le cas de plaques sandwichs sans hétérogénéité possédant deux peaux homogènes et une couche centrale homogène. Schulze et al. [53], Naumenko & Eremeyev [6] et Altenbach et al. [7] ont comparé l'utilisation de la FSDT à une théorie Layerwise dans le cas de panneaux sandwichs incluant une couche viscoélastique homogène. En comparant les résultats analytiques à ceux issus de simulations numériques, les auteurs ont montré que la FSDT tend à surestimer la flèche du panneau lorsque le module de cisaillement de la couche centrale est très faible

comparé à celui des peaux. L'approche Layerwise semble alors plus appropriée, quelque soit le rapport d'épaisseur entre les peaux et la couche viscoélastique.

Pour les plaques considérées dans le cadre de ce travail de thèse, ces développements analytiques ne sont pas directement applicables car ils ne tiennent pas compte des hétérogénéités dans la couche de DYAD601, générées par la création de trous/ponts. Dans le cadre du travail présenté au chapitre 5, une discrétisation en éléments finis des plaques étudiées est nécessaire pour modéliser fidèlement la présence de trous et/ou de ponts de résine dans la couche viscoélastique.

C.M.A. Vasques & J. Dias Rodrigues [2] ont réalisé un état de l'art des différentes méthodes de discrétisation spatiale, de représentation de l'amortissement et de résolution des équations du mouvement amorti disponibles dans les logiciels commerciaux. L'évolution des propriétés mécaniques en fonction du temps ou de la fréquence des matériaux viscoélastiques est un critère majeur de choix de la méthode de calcul. La méthode de "Réponse Directe en Fréquence" (RDF) est bien adaptée à l'utilisation de modules complexes pour modéliser l'amortissement structural des matériaux dont les propriétés varient avec la fréquence d'excitation. Cette méthode consiste à résoudre l'équation du mouvement de la plaque pour chaque fréquence étudiée en mettant systématiquement à jour les propriétés mécaniques du matériau viscoélastique [54]. La méthode "Modal Strain Energy" (MSE) se base également sur l'utilisation de modules d'élasticité complexes mais indépendants de la fréquence. Le principe est de calculer le facteur de perte de chaque mode, défini comme le rapport entre l'énergie de déformation dissipée par le matériau viscoélastique et l'énergie totale de déformation de la structure. Cette méthode est adaptée à des structures faiblement amorties : elle ne permet pas de modéliser correctement des matériaux hautement amortissants. Deux autres méthodes itératives, la méthode "Iterative Modal Strain Energy" et la méthode "Iterative Complex Eigensolution" (IMSE et ICE) se basent sur les résultats de la méthode MSE mais en utilisant une raideur complexe qui peut être différente pour chacun des modes propres considérés. Ces deux méthodes permettent une meilleure estimation du facteur de perte pour des structures moyennement amorties. Différents travaux présentés dans la littérature s'appuient sur le calcul par éléments finis pour analyser la réponse dynamique de structures composites incluant une couche viscoélastique. Lumsdaine et al. [55] et Koblar et al. [56] utilisent l'approche de réponse directe en fréquence dans laquelle l'évolution fréquentielle des modules élastiques

(modules d'Young et de cisaillement) est directement tabulée à partir des mesures.

Les simulations numériques réalisées dans le cadre de cette thèse sont effectuées en résolution directe (méthode RDF), même si cette méthode de résolution est sans aucun doute plus chère en temps de calcul. En revanche, les variations fréquentielles des propriétés du DYAD601, mesurées lors des essais DMA sont bien prises en compte par cette approche.

## 4.2.2 Mise en place d'un modèle numérique par éléments finis

### Présentation des éléments finis utilisés

Le code de calcul par éléments finis ABAQUS est utilisé pour l'ensemble des simulations numériques car il propose la méthode de réponse directe en fréquence pour simuler la réponse de structures dont les propriétés de raideur et d'amortissement peuvent être exprimées en fonction de la fréquence d'excitation.

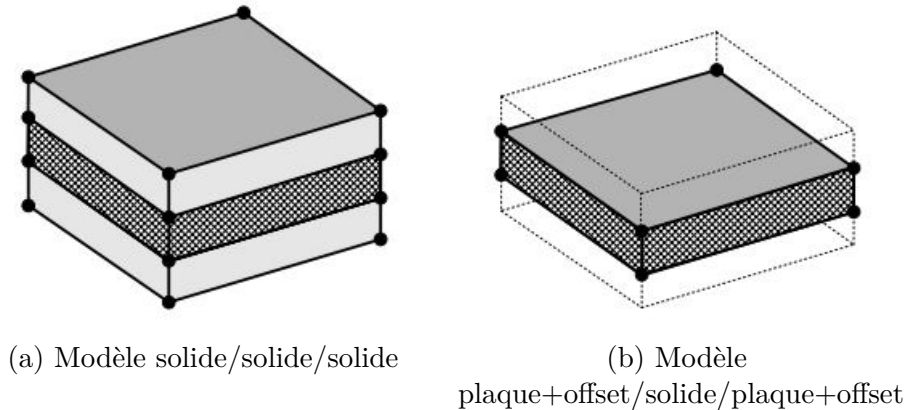


FIGURE 4.1 – Modélisation de composite avec insertion d'une couche viscoélastique [2]

Afin d'optimiser le temps de calcul, une comparaison entre les modèles (a) et (b) présentés sur la Figure 4.1 est réalisée. Le modèle (a) (3D) est considéré comme la référence car les peaux et la couche viscoélastique sont discrétisées en éléments volumiques, basés sur des formulations classiques de mécanique des milieux continus. La difficulté du modèle 3D réside dans la gestion de la spécificité des structures minces hétérogènes, ce qui implique l'utilisation d'au moins un élément 3D par couche, dont la forme doit rester proche de celle d'un cube. Étant donné la finesse d'un pli, le nombre d'éléments volumiques pour modéliser un stratifié devient rapidement prohibitif.

Dans le modèle (b) (2D/3D), les peaux en carbone-époxy sont discrétisées en éléments surfaciques S4R (éléments plaque), ce qui permet de réduire considérablement le nombre de degrés de libertés du modèle et par conséquent les temps de simulation.

Dans le modèle 2D/3D, les peaux en carbone-époxy sont maillées en éléments de plaque à intégration réduite (S4R) basés sur une formulation de Koiter-Sanders [23]. La couche viscoélastique centrale est quant à elle modélisée en éléments volumiques hybrides à intégration réduite C3D8RH, avec comme particularité le fait que ces éléments possèdent un degré de liberté de pression.

Les caractéristiques des plaques étudiées dans le cadre de ce travail sont les suivantes (Figure 4.2) :

- Dimensions : 140 x 85 x 6 mm
- Épaisseur de la couche de DYAD601 : 1 mm
- Stratification :  $[0,90,90,0,DYAD601]_S$

### Conditions aux limites

Afin d'optimiser le nombre de degrés de liberté du modèle éléments finis, seul un quart de plaque est modélisé et des conditions de symétrie sont appliquées sur les nœuds des côtés médians. Le déplacement des noeuds dans la direction normale au plan de symétrie ainsi que leur rotation hors plan sont nuls (Figures 4.3, 4.4 et 4.5).

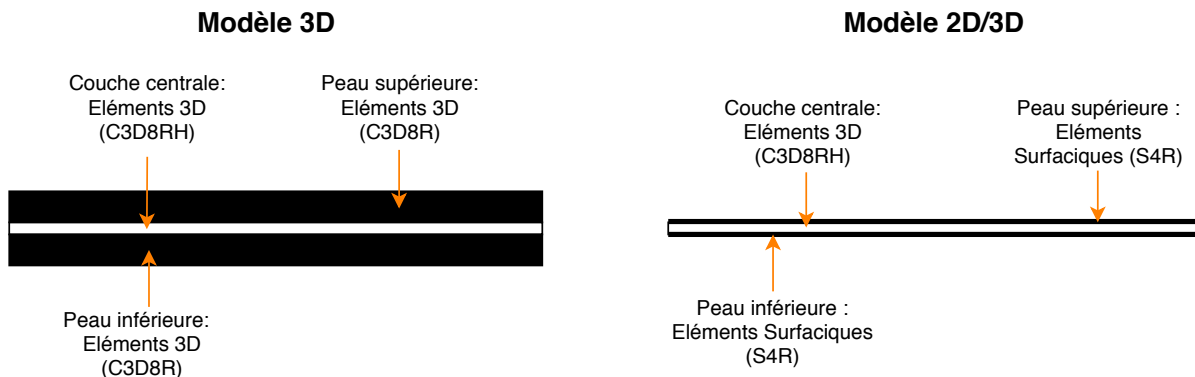


FIGURE 4.2 – Coupe des différents modèles étudiés

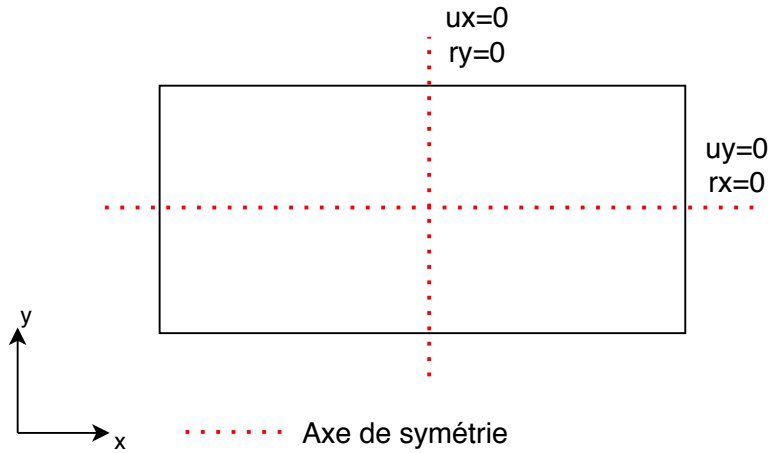


FIGURE 4.3 – Conditions de symétrie associées à une géométrie rectangulaire

Pour l'analyse statique de flexion 3 points, l'appui simple est imposé à 5 mm du bord de la plaque (Figure 3.3). L'analyse de réponse fréquentielle est réalisée en condition libre-libre.

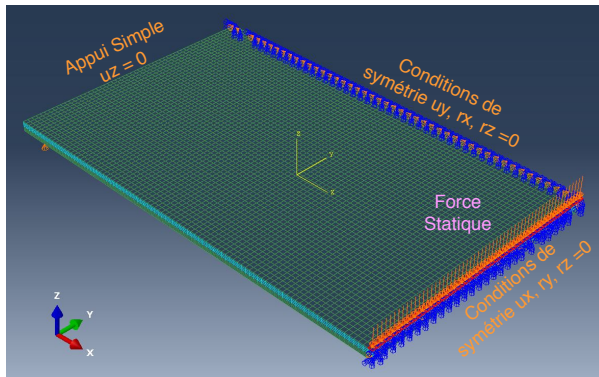


FIGURE 4.4 – Modèle flexion 3 points

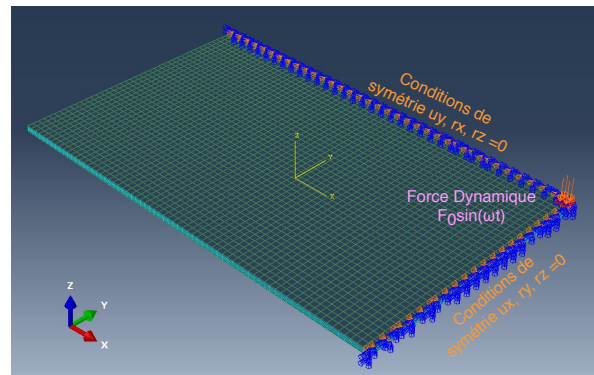


FIGURE 4.5 – Modèle réponse fréquentielle

Le matériau DYAD601 est modélisé par une loi de comportement visco-hyperélastique permettant de reproduire à la fois le comportement viscoélastique du DYAD, dont la caractérisation par DMA a été présentée au Chapitre 2, et son comportement incompressible par l'utilisation d'un modèle hyperélastique Néo-Hookéen (lui aussi présenté au Chapitre 2). Les propriétés associées au modèle Néo-Hookéen sont listées dans le Tableau 4.1.



$C_{10}=G/2$ (MPa)	$D_1=2/B$ (MPa)	$\rho$ (T/mm <sup>3</sup> )
0.2	0	1.3E-9

Tableau 4.1 – Propriétés mécaniques du DYAD601

### Modélisation des propriétés viscoélastiques du DYAD601

Rappelons ici que la résolution directe des équations du mouvement de la plaque est effectuée en considérant des modules complexes variant avec la fréquence (Chapitre 3). A chaque pas de fréquence, lors de la création de la matrice de raideur  $K$ , le module de cisaillement complexe  $G^*$  est recalculé à partir des expressions suivantes :

$$\omega R(g^*) = \frac{G''}{G} \quad (4.1)$$

$$\omega I(g^*) = 1 - \left( \frac{G'}{G} \right) \quad (4.2)$$

où  $G''$  est le module de perte de cisaillement,  $G'$  le module de conservation de cisaillement,  $G$  le module de cisaillement au temps long qui s'apparente au module statique et  $g^*$  la transformée de Fourier de la fonction de cisaillement en relaxation adimensionnelle. Dans le domaine temporelle elle s'exprime par :

$$g(t) = \frac{G_r(t)}{G} - 1 \quad (4.3)$$

où  $G_r(t)$  est le module de cisaillement en relaxation variable en fonction du temps.

#### 4.2.3 Etude de convergence de maillage

Une analyse de sensibilité est menée afin de s'assurer que la finesse de maillage est suffisante pour représenter correctement les modes de déformations statique et dynamiques de la plaque. Des simulations numériques sont ainsi réalisées pour des tailles d'éléments variant de 0.66 x 0.17 mm à 4 x 1 mm pour les éléments (volumiques) hexaédriques.

### Flexion statique 3 points

Une première analyse de convergence de maillage est réalisée en considérant la réponse statique de la plaque en flexion 3 points. Les résultats, présentés dans le Tableau 4.2, montrent que la raideur en flexion statique reste identique quelque soit la taille d'élément considérée. Précisons ici que la raideur statique en flexion  $K$  est déterminée par l'expression ci-dessous :

$$K = F/u \quad (4.4)$$

où  $F$  est la force appliquée au centre de la plaque et  $u$  le déplacement post-traité au même endroit.

Taille des éléments volumiques (mm)	$K(N/mm)$
0.66 x 0.17	405
0.75 x 0.25	405
1.32 x 0.33	405
4 x 1	405

Tableau 4.2 – Comparaison de la raideur statique en flexion pour différentes tailles de mailles

### Réponse fréquentielle

La réponse fréquentielle de la plaque peut, elle aussi, être sensible à la finesse de maillage. Une analyse de convergence est donc menée afin de vérifier que le raffinement du maillage est également suffisant pour représenter correctement la réponse dynamique de la plaque sur le premier mode. La Figure 4.6 montre l'évolution fréquentielle du gain en accélération pour 4 différentes tailles de maillage.

Les résultats ne semblent pas varier avec la taille des mailles. Même le maillage le plus grossier permet de reproduire la déformation en flexion de notre plaque ainsi que la déformation en cisaillement de la couche centrale. Afin de conserver un facteur de forme correct dans l'épaisseur de la couche centrale, une taille de 0.75 mm pour les éléments quadrilatères et une taille de 0.75 x 0.25 mm pour les éléments hexaédriques est finalement adoptée.

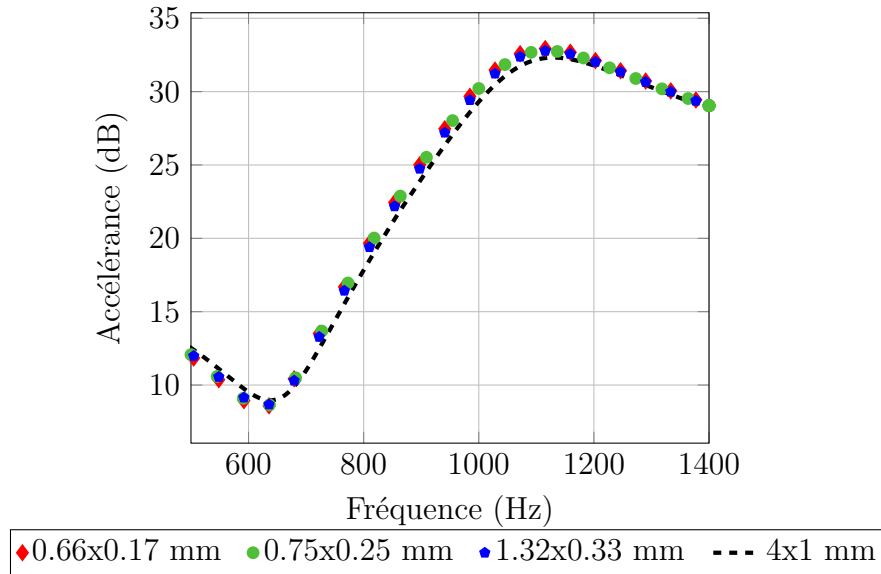


FIGURE 4.6 – Comparaison des courbes d'accélération pour différentes tailles de maillage

#### 4.2.4 Comparaison des modèles 2D/3D et 3D

Le choix des éléments finis utilisés dans le modèle est important car il influe non seulement sur la précision des résultats mais aussi sur le nombre de degrés de liberté et par suite sur le temps de calcul. Il est bien entendu nécessaire de s'assurer que l'utilisation d'éléments surfaciques pour discrétiser les peaux d'une plaque sandwich permet de bien représenter les comportements statique et dynamique de la plaque. Les modèles (a) et (b) (Figure 4.1) sont donc comparés en flexion statique et en réponse fréquentielle. Notons qu'une étude de convergence de maillage a déjà été réalisée sur les éléments surfaciques (cf. Chapitre 3) et sur les éléments volumiques (cf. paragraphe 4.2.3). Elle n'est donc pas nécessaire pour le modèle 2D/3D .

##### Flexion statique 3 points

L'analyse en flexion 3 points permet d'observer le comportement des différents modèles sous un même chargement statique. La flèche et le nombre de degrés de liberté (DDL) sont comparés dans le Tableau 4.3. Il convient d'observer que les différents modèles sont très

proches : l'écart de flèche entre les modèles 3D et 3D/2D n'excède pas 1%. Par contre, l'utilisation d'une discrétisation en éléments plaques des peaux du sandwich permet de diviser par 58 le nombre de DDL par peau et par 6 sur le nombre de DDL total.

	3D	3D/2D
$w_{max}$ (mm)	0.744	0.737
DDL	454290	77644
DDL par peau	191634	3311

Tableau 4.3 – Flèche maximal et nombre de degrés de liberté (DDL)

### Réponse flexionnelle de la plaque en fréquence

En ce qui concerne la réponse fréquentielle de la plaque, la première fréquence de résonance ainsi que l'accélération en  $dB$  calculée à cette fréquence sont comparées dans la Tableau 4.5.

	1 <sup>er</sup> fréquence propre	Accélération ( $dB$ )
2D/3D	1089 Hz	31.9
3D	1089 Hz	31.9

Tableau 4.4 – Réponse en fréquence : comparaison des modèles 2D/3D et 3D

On observe que la fréquence associée au premier mode propre de flexion ainsi que l'accélération post-traitée à cette fréquence sont identiques. Ceci permet de s'assurer que le modèle 2D/3D peut représenter au moins aussi bien que le modèle 3D les comportements statique et dynamique de la plaque considérée.

Le choix des éléments finis et la finesse de maillage à adopter étant maintenant fixés, il restera à valider ces modèles par comparaison des résultats numériques aux résultats d'essais.

### Comparaison à un modèle analytique

Une première vérification du modèle numérique en flexion 3 points est réalisée en comparant les déformations en cisaillement transverse du modèle numérique avec celles issues

d'un modèle analytique extrait de la littérature. Une bonne estimation de la déformation en cisaillement transverse dans la couche viscoélastique est nécessaire car c'est sur ce mode de déformation que l'énergie dissipée par amortissement structural est la plus importante.

Le modèle analytique 2D développé par Schulze et al. [53] s'appuie sur une théorie de plaque "Layerwise" que les auteurs confrontent à une modélisation par éléments finis. L'hypothèse de contrainte plane considérée dans l'approche "Layerwise" peut être reproduite numériquement en modélisant une plaque d'épaisseur  $H$  ayant une longueur  $L$  très grande par rapport à sa profondeur  $l$  (voir Figure 4.7).

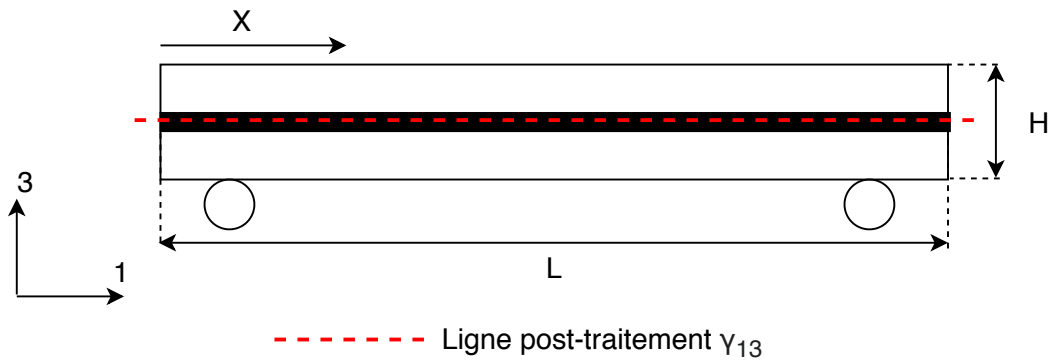


FIGURE 4.7 – Modèle plaque composite en contrainte plane

Le modèle éléments finis associé à la Figure 4.7 représente en fait une "tranche" du modèle de plaque présenté en Figure 3.3. Les déformations en cisaillement transverse  $\gamma_{13}$  et le déplacement transverse  $w(x)$  issus des modèles numérique et analytique sont respectivement comparées sur les Figures 4.8 et 4.9. Afin d'être en accord avec les expressions analytiques proposées par Schulze et al. [53], il convient de préciser que  $\gamma_{13}$  et  $w(x)$  sont post-traités au centre de la couche viscoélastique, représenté sur la Figure 4.7 par une ligne pointillée rouge, entre le bord et le centre de la plaque ( $X = 70mm$ ).

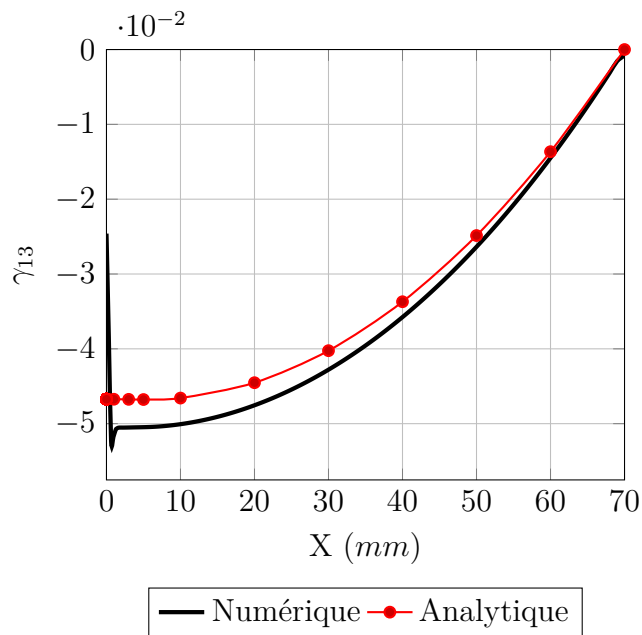


FIGURE 4.8 – Évolution du  $\gamma_{13}$  en fonction de la position pour une plaque carbone-époxy avec une couche viscoélastique en contrainte plane

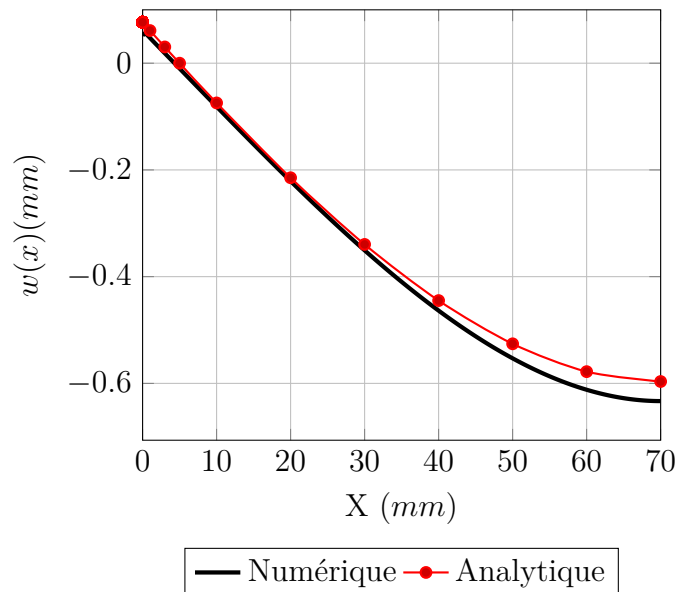


FIGURE 4.9 – Évolution du déplacement  $w(x)$  en fonction de la position pour une plaque carbone-époxy avec une couche viscoélastique en contrainte plane

L'écart maximal entre résultats numériques et analytiques est de 8% pour la déformation en cisaillement transverse et de 5% pour la flèche. Les effets de bords ne peuvent pas être représentés par la formulation Layerwise contrairement au modèle éléments finis 2D. Ces effets de bords expliquent sans doute la déformation de cisaillement sous-estimée en bord plaque par le modèle analytique, et par suite la flèche au centre de plaque plus faible. Malgré ces écarts, le modèle numérique développé dans le cadre de ce travail semble reproduire de manière satisfaisante l'évolution spatiale de la déformation en cisaillement transverse de la couche viscoélastique.

Pour conclure, les résultats issus des comparaisons précédentes permettent de valider les modules élastiques considérés pour le carbone-époxy ainsi que les paramètres de la loi de comportement hyperélastique en statique associée à la couche de DYAD601.

### 4.3 Analyse expérimentale

Les essais ont pour but de mesurer les réponses statique et dynamique de la plaque carbone époxy incluant une couche de DYAD601 sous chargement transverse. Dans un premier temps, l'essai de flexion 3 points présenté au chapitre 2 est réalisé pour trois plaques sandwiches différentes. L'évolution de la force en fonction de la flèche mesurée au centre des 3 plaques fabriquées est présentée sur la Figure 4.10. Des mesures de réponses en fréquence sont ensuite menées et la Figure 4.11 montre l'évolution fréquentielle de l'accélérance en  $dB$  obtenue pour chacune de ces 3 plaques ainsi que la moyenne des résultats mesurés. Contrairement aux plaques carbone-époxy, la moyenne permet de représenter correctement le comportement des trois plaques, que ce soit au niveau de l'anti-résonance ou de la résonance. Les courbes moyennes sont ensuite comparées aux résultats numériques afin de vérifier la validité des modèles mis au point. Les valeurs maximales et minimales des séries de mesures sont également conservées afin d'évaluer la dispersion des résultats expérimentaux.

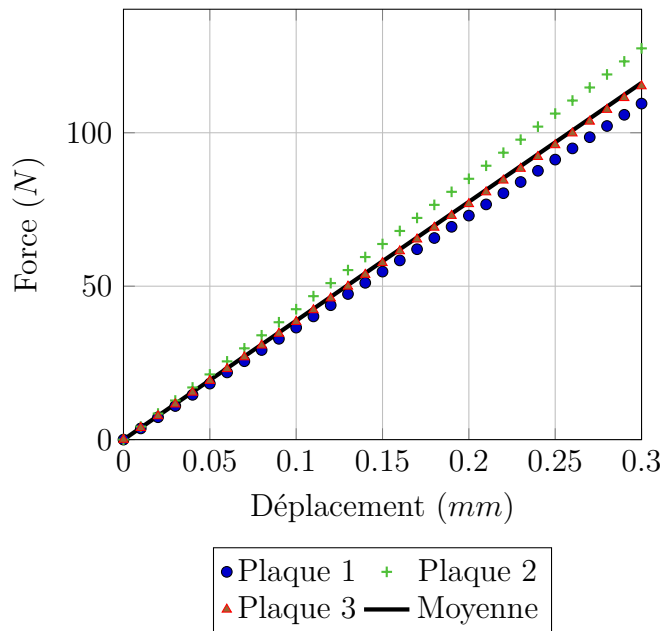


FIGURE 4.10 – Évolution de la force résistante en flexion en fonction du déplacement imposé à la plaque



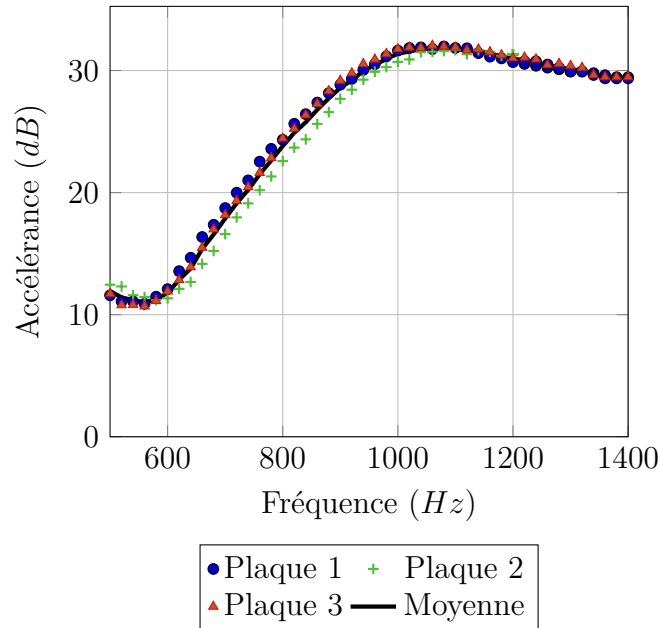


FIGURE 4.11 – Évolution fréquentielle de l'accélération mesurée au centre de la plaque

## 4.4 Validation des modèles éléments finis

### 4.4.1 Réponse en flexion statique

Sur la Figure 4.12, les essais de flexion 3 points sont confrontés aux résultats des simulations numériques. Il convient d'observer que l'utilisation d'un module élastique  $E_{11} = 90\,000$  MPa pour les peaux en carbone-époxy permet de reproduire fidèlement la réponse statique mesurée sur les trois plaques sandwichs. Cette bonne corrélation permet de valider complètement les propriétés du carbone-époxy considérées dans les modèles ainsi que le caractère incompressible du DYAD601. La comparaison entre les mesures de réponses fréquentielles et les analyses numériques correspondantes, présentée au paragraphe suivant, permettra de valider à la fois la composante visqueuse et la prise en compte de la variabilité fréquentielle des propriétés du DYAD601 caractérisée par les mesures DMA (Chapitre 2).

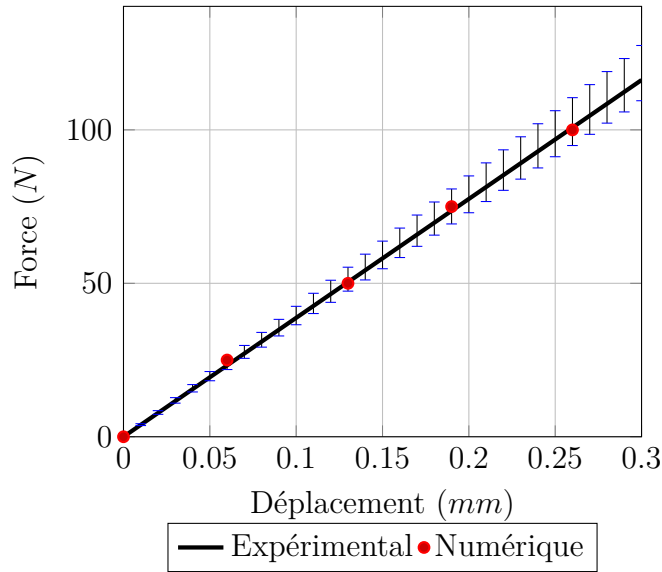


FIGURE 4.12 – Résultats en flexion 3 points d'une plaque carbone-époxy incluant une couche viscoélastique - Les résultats numériques sont représentés par les  $\circ$  et la moyenne obtenue à partir des essais expérimentaux est représentée par la ligne continue.

#### 4.4.2 Réponse dynamique

Une analyse numérique de réponse fréquentielle est réalisée pour la plaque carbone-époxy incluant une couche de DYAD601. Elle a pour but de reproduire les essais dynamiques de réponse en fréquence présentés au paragraphe 2.5.2 du chapitre 2. Les résultats de simulation sont ensuite confrontés à la moyenne des mesures. Les évolutions fréquentielles de l'accélération sont ainsi tracées sur la Figure 4.13. De plus, l'amplitude maximale à la résonance ainsi que la fréquence correspondante, toutes deux extraites des courbes présentées sur la Figure 4.13, sont également comparées dans le Tableau 4.5. On observe que les écarts sont très faibles : 0.8% sur la fréquence de résonance et 0.4% sur le niveau maximal d'accélération.

Un écart plus important est cependant constaté sur la fréquence d'anti-résonance. Il pourrait s'expliquer par la contribution du mode de balancement de la plaque, qui ne peut être reproduit par la simulation numérique, mais qui contribue bien évidemment à la réponse mesurée. Compte tenu de la longueur des fils en nylon reliant la plaque au portique support,

la fréquence associée à ce mode de corps rigide s'écrit :

$$f_{balancement} = \frac{1}{2\pi} * \sqrt{\frac{g}{L}} = 0,9Hz \quad (4.5)$$

où  $g$  est la gravité et  $L$  est la longueur entre le centre de gravité de la plaque et le portique support.

Malgré l'écart constaté sur la fréquence d'anti-résonance, on peut conclure ici que le modèle numérique développé reproduit assez fidèlement la réponse dynamique d'une plaque carbone-époxy incluant une couche de DYAD601.

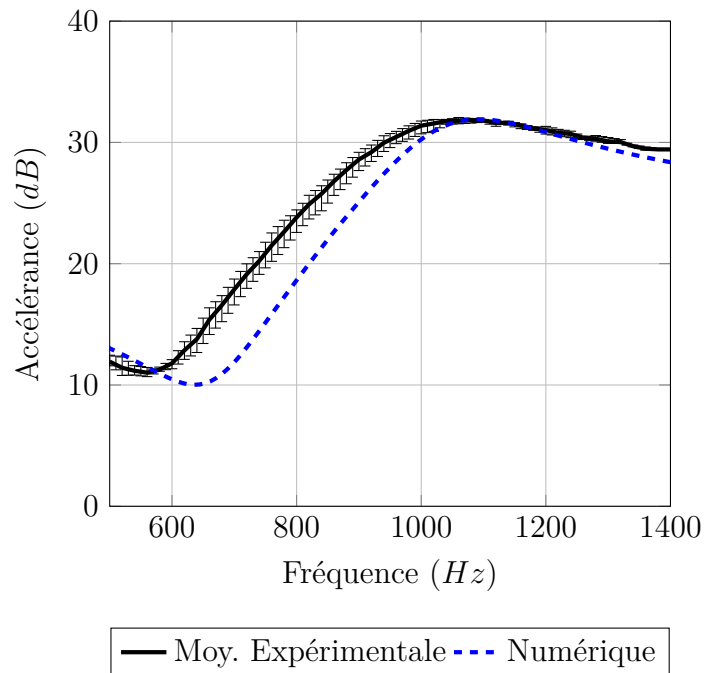


FIGURE 4.13 – Évolution fréquentielle de l'accélération du centre de la plaque - comparaison des résultats expérimentaux et numériques pour une plaque carbone-époxy incluant une couche viscoélastique

Amplitude à la résonance (dB)			Fréquence de résonance (Hz)		
Num.	Exp.	Ecart	Num.	Exp.	Ecart
31.9	31.8	0.4%	1089	1092	0.8%

Tableau 4.5 – Résumé des résultats obtenus expérimentalement et par modélisation éléments finis pour une plaque sandwich carbone-époxy-DYAD

## 4.5 Conclusion

Le travail présenté dans ce chapitre a permis de valider un modèle éléments finis permettant de simuler les réponses en flexion statique et dynamique d'une plaque carbone-époxy incluant une couche d'élastomère.

Dans un premier temps, la finesse de maillage à adopter a été fixée à l'issue d'une étude convergence.

Dans un second temps, un modèle dans lequel les peaux du sandwich sont discrétisées en éléments surfaciques a été comparé à un modèle dans lequel toutes les couches sont modélisées en éléments volumiques. Le choix du modèle conduit à l'utilisation d'un modèle hybride 2D/3D qui permet de réduire substantiellement la taille du modèle tout en conservant une bonne précision.

Dans un dernier temps, les résultats des simulations ont été confrontés aux mesures issues des essais présentés au Chapitre 2. Les bonnes corrélations obtenues aussi bien pour l'étude du comportement en flexion statique 3 points que pour l'étude en réponse forcée ont permis de valider les modèles développés, et plus particulièrement les lois de comportement utilisées ainsi que les caractéristiques des matériaux.

Ces paramètres de modélisation seront utilisés au chapitre suivant dans l'étude d'une plaque amortie incluant à la fois une couche viscoélastique et des ponts de résine reliant les peaux supérieure et inférieure de la plaque amortie.

# Chapitre 5

## Analyse expérimentale et numérique d'une plaque carbone époxy incluant une couche viscoélastique et des ponts de résine

### Résumé

Au chapitre 4, une modélisation par éléments finis d'une plaque carbone-époxy incluant une couche viscoélastique a été présentée. Les peaux sont maillées en éléments surfaciques et la couche centrale en éléments volumiques. Une comparaison entre résultats expérimentaux et numériques a montré que les modèles éléments finis reproduisent assez fidèlement la réponse des plaques testées. Dans le présent chapitre, la configuration d'une plaque carbone-époxy incluant une couche de DYAD601 et des ponts de résine est étudiée. Les résultats des essais en flexion statique 3 points et en réponse fréquentielle permettent également de valider les modèles éléments finis développés.

## 5.1 Introduction

L'objectif du présent chapitre est, dans un premier temps, de mettre au point un modèle éléments finis pour simuler les réponses statique et dynamique d'une plaque carbone-époxy incluant une couche de DYAD601 traversée par des ponts de résine puis, dans un second temps, de valider le modèle développé en confrontant les résultats numériques aux mesures. L'insertion de couches viscoélastiques entre deux peaux composites est devenue courante pour optimiser la réponse vibratoire d'un stratifié. Toutefois cette méthode possède certaines limites : pour un empilement de plis donné, optimiser l'amortissement se fait en augmentant l'épaisseur de la couche viscoélastique, mais ceci au détriment de la raideur en flexion du sandwich. Une solution consiste alors à percer la couche viscoélastique de plusieurs trous qui se remplissent de résine pendant l'étape de cuisson. En créant des ponts entre les peaux inférieure et supérieure, la résine permet ainsi de limiter la perte de raideur. A épaisseur de plaque constante, il est possible de trouver un compromis entre amortissement et raideur du sandwich en jouant sur la position, la taille et le nombre de ponts.

## 5.2 Étude bibliographique

Relativement peu d'auteurs se sont intéressés à l'étude des composites sandwichs incluant des ponts. Parmi eux, Robinson et Kosmatka [57] ont étudié des plaques en carbone-époxy incluant en leur centre une couche viscoélastique. Des trous ont été percés dans la couche viscoélastique afin de permettre l'écoulement de la résine lors de la cuisson du composite. Plusieurs paramètres ont été testés tels que le diamètre des ponts, l'espacement inter-ponts et la fraction surfacique de ponts. Les premiers modes de flexion et de torsion ont été étudiés afin de déterminer la fréquence de ces modes, l'amortissement structural et la raideur des plaques testées. Les auteurs ont montré qu'une fraction surfacique de ponts comprise entre 0 et 5% permet de faire varier de façon sensible la raideur et l'amortissement de leurs plaques. Pour une fraction surfacique supérieure à 5%, l'amortissement de la plaque tend vers celui d'une plaque non amortie mais sa raideur reste toujours inférieure à celle d'une plaque non amortie.

Pan et al. [58] ont également étudié l'influence de la surface de ponts sur l'amortissement et la raideur. Ils ont utilisé une fonction coût et un algorithme d'optimisation prenant en compte le 1er mode de flexion comme référence pour le calcul de l'amortissement. La méthode "Modal Strain Energy" a été utilisée pour déterminer l'amortissement de la structure puis des simulations numériques ont permis d'analyser la réponse vibratoire des plaques en variant la taille des ponts et l'espacement inter-ponts. Dans le cas des plaques traitées, les auteurs ont identifié une fraction surfacique de ponts optimale égale à 2.2%.

Plus récemment, Zhou et al. [59] ont réalisé des études expérimentales sur des plaques sandwichs incluant une surface de ponts allant jusqu'à 40% de la surface totale des plaques. L'évolution du facteur de perte, défini comme le rapport entre l'énergie dissipée et l'énergie fournie à la structure, a été mesurée sur une plage de fréquence de 1 à 1000 Hz pour deux surfaces de ponts différentes : (25% et 40%). Dans cette gamme de fréquences, deux pics ont été observés. Il apparaît clairement sur le premier pic que l'amortissement diminue lorsque la surface de ponts augmente. L'observation du second pic montre que la largeur de bande augmente également avec la surface de ponts. En d'autres termes, augmenter la surface de ponts permet d'élargir l'intervalle de fréquences sur lequel la plaque est amortie.

### 5.3 Modélisation des ponts

Le modèle élément finis présenté au chapitre précédent a été repris en modifiant le maillage de façon à isoler les zones associées aux ponts de résines, telles que celle illustrée sur la Figure 5.1. 9 ponts répartis de façon régulière sur la plaque (Figure 5.2) ont ainsi été modélisés en éléments solides C3D8RH et les propriétés de la résine époxy, listées dans le Tableau 5.1, ont été assignées aux éléments correspondants. Les propriétés d'une résine époxy générique extraites de la base de données de CES Edupack [60] ont été utilisées pour représenter la résine M79 qui compose le pré-impregné. En effet, cette résine est très peu documentée par le fabricant Hexcel et l'extraire du pré-impregné afin de la caractériser reste complexe à réaliser. Un biais sur la valeur des propriétés mécaniques de la résine est peu important. Son module d'élasticité est en effet très inférieur à celui des fibres.

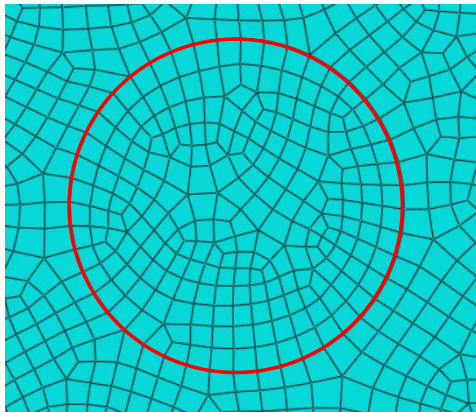


FIGURE 5.1 – Maillage d'un pont de résine



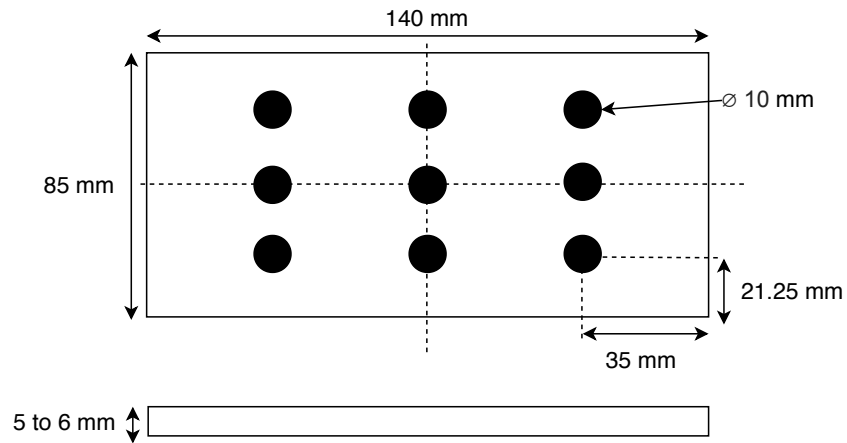


FIGURE 5.2 – Répartition des ponts de résine

Module (MPa)	$\nu$	$\rho$ (T/mm <sup>3</sup> )	$\tan \delta$
2400	0.38	1.11E-9	0.018

Tableau 5.1 – Propriétés mécaniques de l'époxy

## 5.4 Analyse expérimentale

Les essais ont pour but de mesurer les réponses statique et dynamique de la plaque carbone-époxy incluant une couche de DYAD601 et 9 ponts, sous chargement transverse. Dans un premier temps, l'essai de flexion 3 points présenté au chapitre 2 est réalisé pour les 3 plaques fabriquées. L'évolution de la force en fonction de la flèche mesurée au centre des plaques est présentée sur la Figure 5.3. Des mesures de réponses fréquentielles sont ensuite menées et la Figure 5.4 montre l'évolution fréquentielle de l'accélération en  $dB$  obtenue pour chacune de des plaques ainsi que la moyenne des résultats mesurés. Les courbes moyennes sont ensuite comparées aux résultats numériques afin de vérifier la validité des modèles mis au point. Les valeurs maximales et minimales des séries de mesures sont également conservées afin d'évaluer la dispersion des résultats expérimentaux. On peut observer que la dispersion des mesures est assez faible et que la moyenne calculée représente correctement le comportement des plaques.

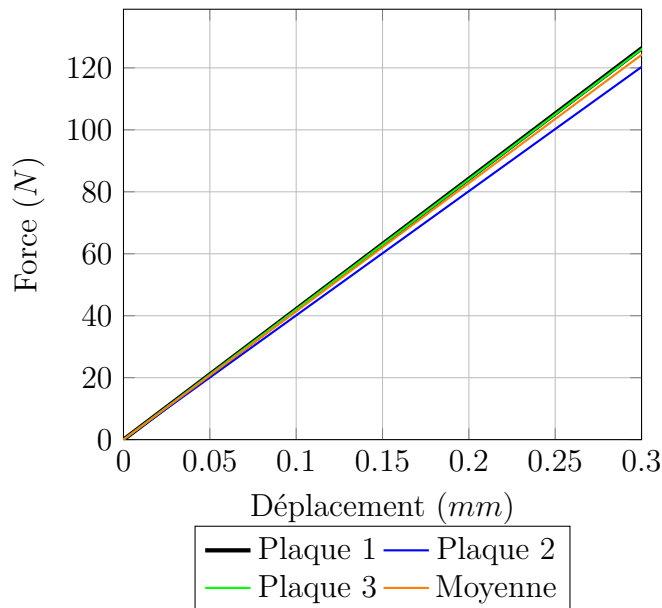


FIGURE 5.3 – Évolution de la force résistante en flexion en fonction du déplacement imposé à la plaque

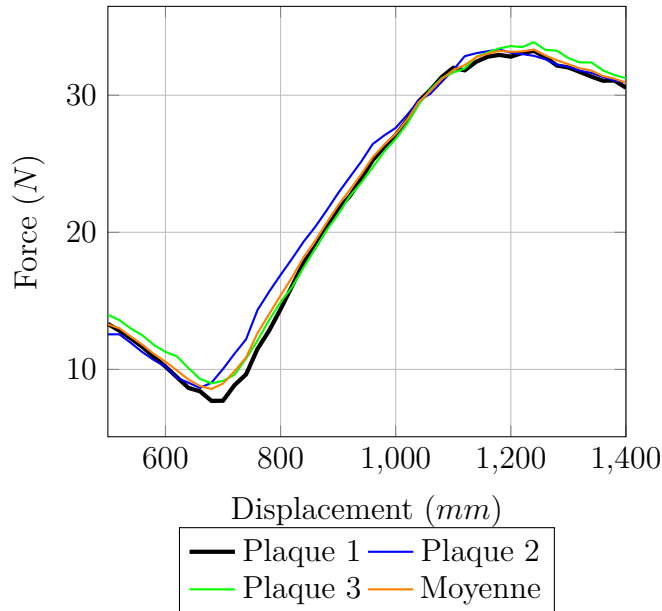


FIGURE 5.4 – Évolution fréquentielle de l'accélération mesurée au centre de la plaque

## 5.5 Validation des modèles éléments finis

### 5.5.1 Réponse en flexion statique

La courbe moyenne extraite des essais en flexion statique 3 points est comparée à celle obtenue par simulation numérique affichée en bleu sur la Figure 5.8. Une différence importante entre ces deux courbes apparaît : la raideur en flexion semble fortement surestimée par le modèle numérique. Ceci peut s'expliquer par le fait que certains trous se sont mal remplis de résine lors de la phase de cuisson des plaques.

Une fois réalisés l'ensemble des essais statiques et dynamiques, des découpes ont été réalisées sur les plaques testées afin d'identifier les défauts liés au remplissage des ponts. Ces découpes ont été effectuées au voisinage des ponts puis différentes séquences de ponçage ont été réalisées avec un pas de 1 mm afin d'obtenir un plan d'analyse passant par le diamètre maximal des ponts.

Au total, 6 ponts ont ainsi été explorés. Les images de deux coupes de ponts caractéristiques

de l'ensemble des défauts observés sont présentées sur la Figure 5.5. L'analyse visuelle permet de constater deux défauts majeurs, qui apparaissent de façon plus ou moins importante selon le pont de résine analysé :

- Le diamètre théorique de 10 mm n'est jamais atteint. Le diamètre maximal observé sur l'ensemble des coupes est de 8.5 mm.
- Il manque de la matière sur la plupart des ponts, ce qui reflète un mauvais remplissage des trous par la résine époxy.

L'écart entre le diamètre théorique et celui observé sur les coupes est dû à l'écrasement de la couche de DYAD601, celui-ci réduisant le diamètre des trous au moment de la cuisson. Le manque de résine dans les ponts pourrait être dû au fait qu'il n'y a pas suffisamment de surplus de résine dans les pré-imprégnés pour remplir totalement les trous créés. La différence de raideur entre les plaques fabriquées et le modèle numérique est cohérente compte tenu de ces observations.

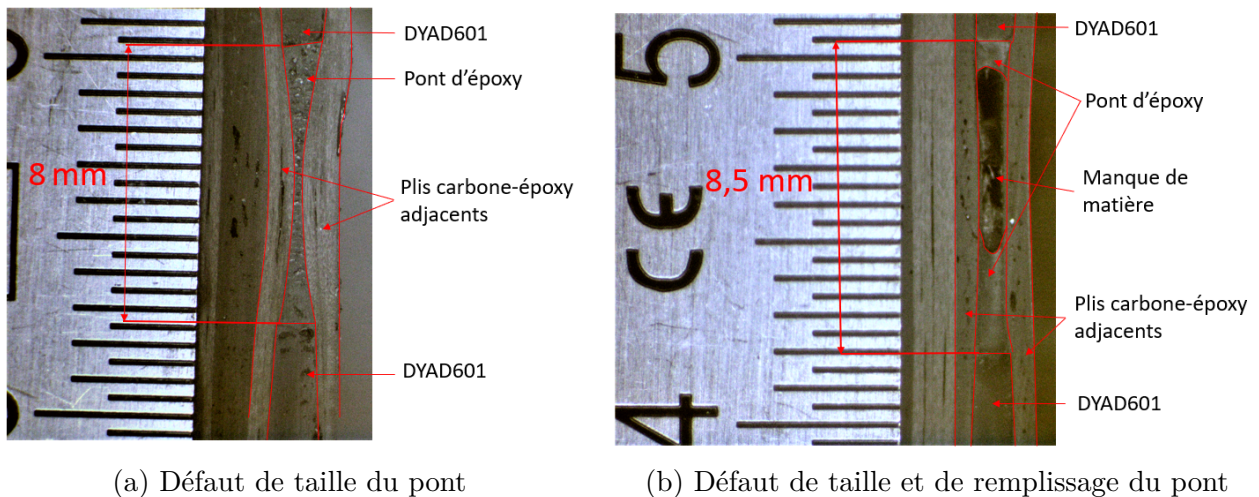


FIGURE 5.5 – Défauts liés au remplissage des ponts

Même en faisant plusieurs découpes dans les plaques après essais, il est très difficile de visualiser précisément le pourcentage de remplissage des 9 trous réalisés dans les couches viscoélastiques des 3 plaques confectionnées. Par contre, grâce au modèle numérique, il est possible de simuler le remplissage de résine de certains trous en laissant vides les autres afin

de reproduire une configuration équivalente en raideur aux plaques fabriquées. C'est ce qui a été fait et les différentes configurations testées numériquement (5 ponts, 4 ponts et 3 ponts) sont illustrées sur la Figure 5.6.

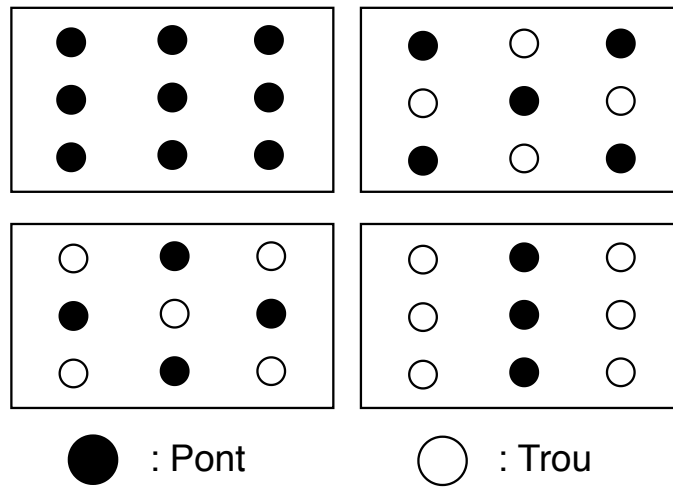


FIGURE 5.6 – Emplacement des ponts et trous pour une plaque avec 9, 5, 4 et 3 ponts

Pour ces différentes configurations, les courbes force/déplacement associées sont comparées à la moyenne des résultats d'essais sur la Figure 5.8.

On observe tout d'abord que les ponts situés au voisinage des bords de la plaque apportent plus de raideur à celle-ci que ceux situés près du centre : la pente associée à la configuration "5 ponts" est en effet plus importante que celle associée à la configuration "4 ponts", elle même plus importante que celle associée à la configuration "3 ponts".

On constate ensuite que l'augmentation de la raideur est plus importante lorsque la position des ponts change ("4 ponts" → "5 ponts") que lorsque le nombre de ponts augmente ("5 ponts" → "9 ponts"). En d'autres termes, la position des ponts influe plus sur la raideur de la plaque que le nombre de ponts.

Ces résultats s'expliquent par le fait que la déformation en cisaillement transverse de la couche viscoélastique est plus importante au voisinage des bords de la plaque (Figure 5.7). En bloquant (ou tout au moins en atténuant) le glissement en cisaillement, les ponts situés près des bords permettent de conserver une certaine raideur en flexion.

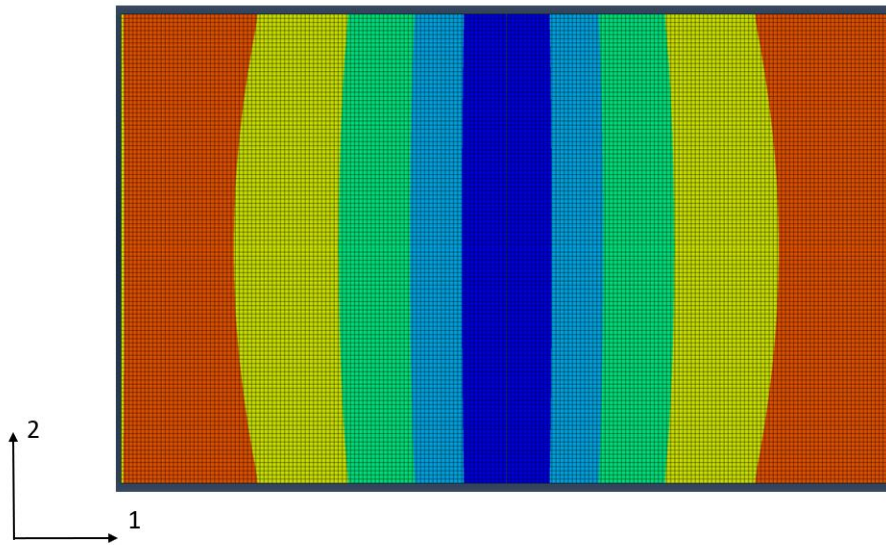


FIGURE 5.7 – Déformation en cisaillement transverse d'une plaque sans ponts

On observe enfin que c'est la configuration "4 ponts" qui représente le mieux la raideur en flexion statique mesurée sur les plaques fabriquées. Maintenant, qu'en est-il du point de vue de la réponse dynamique des plaques ?

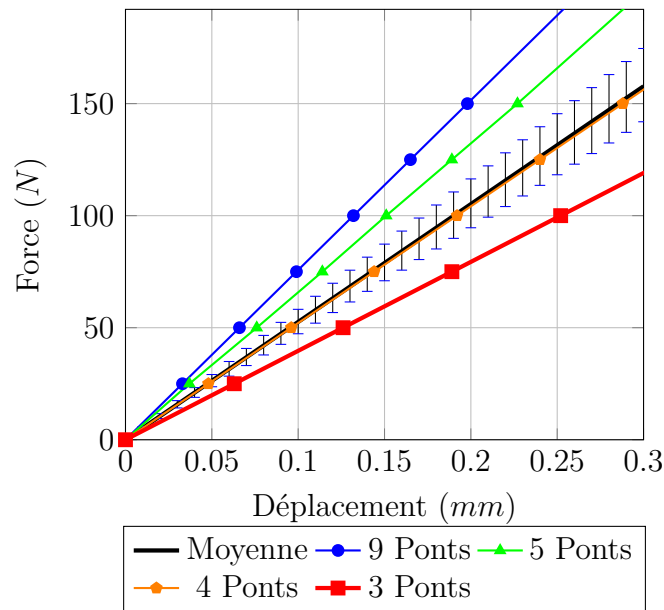


FIGURE 5.8 – Résultats en flexion 3 points d'une plaque carbone-époxy incluant une couche viscoélastique et des ponts - Les résultats numériques sont représentés par les  $\circ, \triangle, \diamond, \square$  et la moyenne des essais expérimentaux est représentée par la ligne continue.

### 5.5.2 Réponse dynamique

Les configurations 9, 5, 4 et 3 ponts sont également étudiées en réponse dynamique. Les évolutions fréquentielles de l'accélération (en  $dB$ ) extraites des simulations sont comparées sur la Figure 5.9 à la moyenne des résultats d'essais. Le tableau 5.2 présente les différents écarts entre les résultats de simulations et les mesures.

Comme attendu, la plaque incluant 9 ponts de résine est la moins amortie et celle incluant seulement 3 ponts la plus amortie. Il convient d'observer d'autre part que la réponse de la plaque incluant 4 ponts, illustrée sur la Figure 5.6, est encore une fois la plus proche de celle issue des mesures. Des écarts de 2.4% et 1.5% sont observés respectivement sur la fréquence et sur l'amplitude du pic de résonance. Le modèle associé à la configuration "4 ponts" semble donc représenter correctement le comportement dynamique des plaques testées autour de

leur premier mode de flexion.

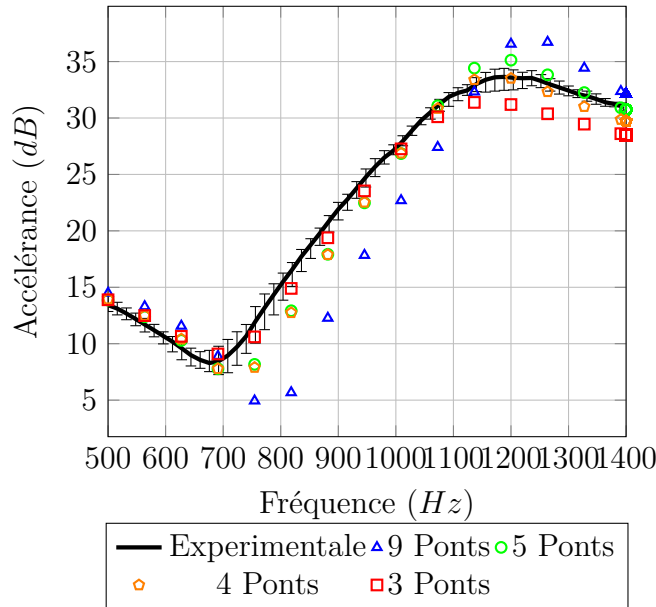


FIGURE 5.9 – Évolution fréquentielle de l'accélération du centre de la plaque - comparaison des résultats expérimentaux et numériques pour une plaque carbone-époxy incluant une couche viscoélastique perforée

	Amplitude à la résonance (dB)	Ecart Exp./Num.	Fréquence de résonance (Hz)	Ecart Exp./Num.
Exp.	34.2	/	1150	/
9 Ponts	37.2	8%	1236	7%
5 Ponts	35.2	3%	1181	3%
4 Ponts	33.7	1.5%	1172	1.9%
3 Ponts	31.4	8%	1136	1.3%

Tableau 5.2 – Résumé des résultats obtenus expérimentalement et par modélisation éléments finis pour une plaque carbone-époxy incluant une couche de DYAD601 perforée



## 5.6 Conclusion

Le travail présenté dans ce chapitre a permis de construire un modèle éléments finis permettant de simuler les réponses en flexion statique et dynamique d'une plaque sandwich carbone-époxy-DYAD601 incluant des ponts de résine.

Dans un premier temps, le modèle présenté au Chapitre 4 a été remaillé afin d'isoler les volumes cylindriques correspondant aux trous réalisés dans la couche viscoélastique avant dépose des plis. Les caractéristiques mécaniques de la résine époxy, extraite d'une base de données, ont été attribuées aux éléments finis inclus dans ces volumes.

Dans un second temps, les résultats d'une simulation en flexion statique ont été confrontés aux mesures. Il est intéressant de constater qu'une modélisation fidèle des 9 ponts de résine ne permet pas de reproduire la raideur statique en flexion mesurée sur les plaques fabriquées. L'écart relativement important est dû à la formation incomplète de certains ponts de résine lors de la phase de cuisson ainsi qu'à l'écrasement du DYAD601 réduisant le diamètre du pont comme observé sur les différentes découpes. Un pré-remplissage des trous afin de bloquer la déformation du DYAD601 pendant la phase de cuisson pourrait être envisagé, ce qui permettrait sans doute de minimiser les défauts de géométrie et de remplissage constatés.

Dans une approche essais-erreurs, des simulations réalisées pour différents nombres et répartitions de ponts ont néanmoins permis de montrer que la raideur et l'amortissement de ce type de plaques sont plus sensibles à position des ponts de résine qu'à leur nombre. D'autre part, le modèle numérique d'une plaque incluant 4 ponts positionnés près des milieux de ses bords semble le plus à même de reproduire fidèlement les réponses statique et dynamique en flexion mesurées sur les 3 plaques fabriquées.

# Chapitre 6

## Étude numérique de l'influence des ponts sur la réponse d'un sandwich carbone-époxy-DYAD601

### Résumé

Au chapitre précédent, un modèle éléments finis d'une plaque sandwich carbone-époxy-DYAD601 incluant des ponts de résine a été mis au point et confronté à des résultats d'essais. Les résultats ont montré la limite du procédé de fabrication dans la création de ponts. Une plaque carbone-époxy incluant une couche de DYAD601 et 9 ponts est considérée pour la suite des travaux en faisant l'hypothèse que les trous sont entièrement remplis de résine. Ceci suppose une meilleure maîtrise du procédé de fabrication. Un plan d'expérience est alors mis en place pour étudier l'influence du nombre, de la position et de la taille des ponts sur la raideur et sur les amortissements associés aux 4 premiers modes de la plaque libre-libre.

### 6.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est d'étudier l'influence du nombre, de la position et de la taille des ponts afin de maximiser in fine l'amortissement d'une plaque carbone-époxy tout en

conservant une raideur en flexion acceptable. Une première étude est réalisée sur un modèle simple de poutre "quasi-2D" afin de dégager les premières tendances. Dans un second temps, afin de réduire le nombre de calculs sur un modèle de plaque carbone-époxy incluant une couche de DYAD601 et 9 ponts, un plan d'expérience optimisé est utilisé, ce qui permet de procéder à un nombre acceptable de simulations numériques. Dans la phase de post-traitement, une fonction coût est définie et la configuration de ponts optimale est identifiée.

## 6.2 Influence de la position et du volume d'un pont de résine dans le cas d'une poutre "quasi-2D"

Dans un premier temps, une étude paramétrique est menée sur la poutre "quasi-2D" appuyée présentée au paragraphe 4.2.4, en faisant varier d'une part la position d'un pont de résine situé entre l'appui et le centre de la poutre et d'autre part le volume relatif de ce pont. Dans cette première étude, 4 positions différentes de ponts sont considérées (tableau 6.1) et le volume de pont rapporté au volume total de poutre varie entre à 0.75% (volume de  $0.5\text{mm}^3$ ) et 6% (volume de  $4.2\text{mm}^3$ ), avec 2 valeurs intermédiaires.

N° de la position	1	2	3	4
Distance X entre extrémité / centre du pont (mm)	20.7	36.4	52.2	67.9

Tableau 6.1 – Différentes positions du pont de résine

Les dimensions de la poutre, ses conditions aux limites ainsi que son chargement sont présentés sur la Figure 6.1. Notons que l'appui est situé à une distance  $x = 5\text{mm}$  de l'extrémité et le centre de la poutre à  $x = 70\text{mm}$ .

Pour chaque configuration (position - surface de pont) étudiée, la raideur en flexion de la poutre est comparée à celle d'une poutre en carbone-époxy : c'est le rapport  $K/KCE$ . De la même façon, l'atténuation de la poutre étudiée  $A$  est rapportée à celle d'une poutre incluant une couche viscoélastique sans pont  $Avisco$  : c'est le rapport  $A/Avisco$ . Les expressions de

$A$  et  $A_{visco}$  sont les suivantes :

$$\begin{aligned} A(\omega) &= 20\text{Log}_{10} \left( \frac{a_{carbone}(\omega)}{F(\omega)} \right) - 20\text{Log}_{10} \left( \frac{a_{cas}(\omega)}{F(\omega)} \right) \\ A_{visco}(\omega) &= 20\text{Log}_{10} \left( \frac{a_{carbone}(\omega)}{F(\omega)} \right) - 20\text{Log}_{10} \left( \frac{a_{visco}(\omega)}{F(\omega)} \right) \end{aligned} \quad (6.1)$$

où  $a_{carbone}(\omega)$  est l'amplitude de l'accélération calculée au centre d'une poutre carbone-époxy,  $a_{cas}(\omega)$  celle calculée au centre de la poutre amortie étudiée,  $a_{visco}(\omega)$  celle calculée pour une poutre carbone-époxy incluant une couche viscoélastique sans trou et  $F(\omega)$  est l'amplitude de la force appliquée.

Le rapport  $A/A_{visco}$  varie entre 0 et 1. La valeur 0 correspond au cas d'une poutre ayant la même accélération que celle d'une poutre carbone-époxy. La valeur 1 correspond, quant à elle, au cas d'une poutre ayant la même accélération à la résonance qu'une poutre sandwich carbone-époxy-DYAD601. Ce ratio est donc à maximiser afin de réduire l'amplitude de l'accélération à la résonance.

Le rapport  $K/KCE$  varie quant à lui de 0.15 (poutre carbone-époxy incluant une couche viscoélastique) à 1 (poutre carbone-époxy non amortie).

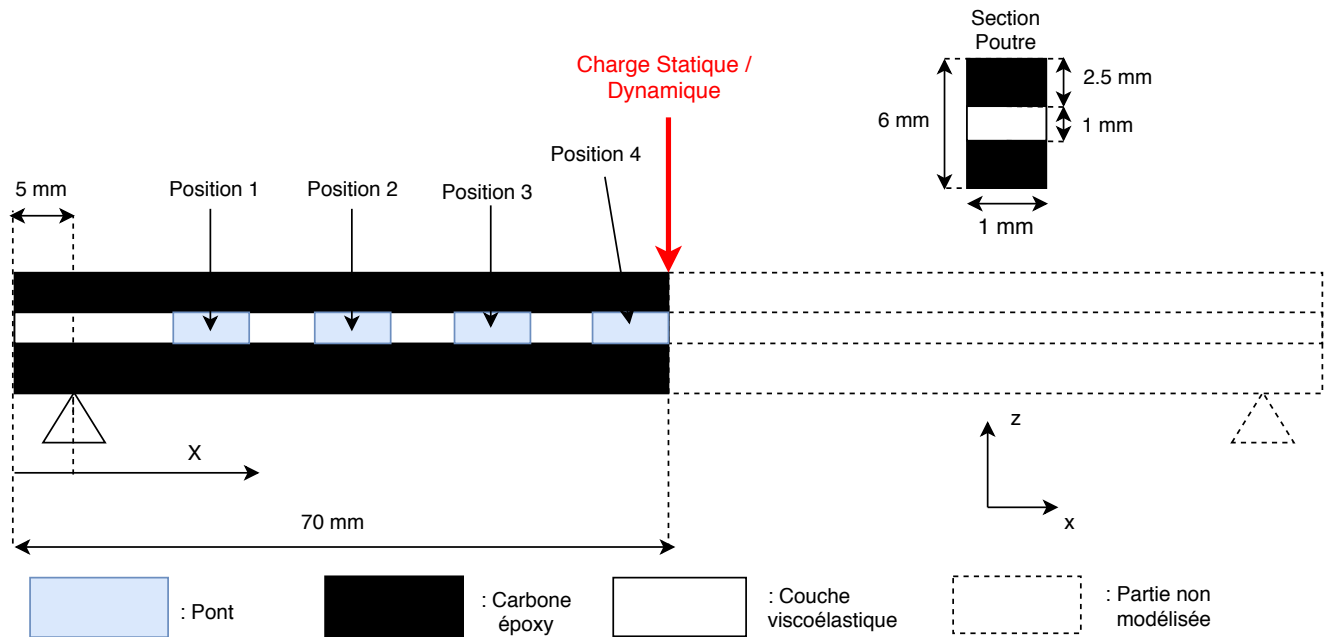


FIGURE 6.1 – Poutre étudiée et différentes position du pont de résine

Les figures et tableaux ci-dessous permettent de visualiser clairement l'influence de la position du pont de résine et ceci pour différentes fractions volumiques de pont :

- La Figure 6.2 illustre la perte de raideur en flexion de la poutre sandwich incluant un pont par rapport à une poutre carbone-époxy.
- La Figure 6.3 illustre elle la perte d'amortissement de la poutre sandwich incluant un pont par rapport à une poutre sandwich sans pont.
- Les tableaux 6.2 et 6.3 donnent les différents valeurs  $K/K_{CE}$  et  $A/A_{visco}$  obtenues.

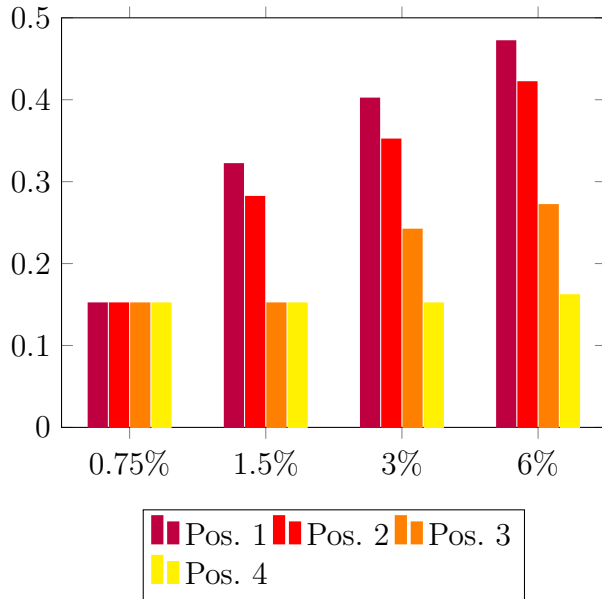


FIGURE 6.2 – Évolution de  $K/KCE$  en fonction de la fraction volumique du pont et de sa position

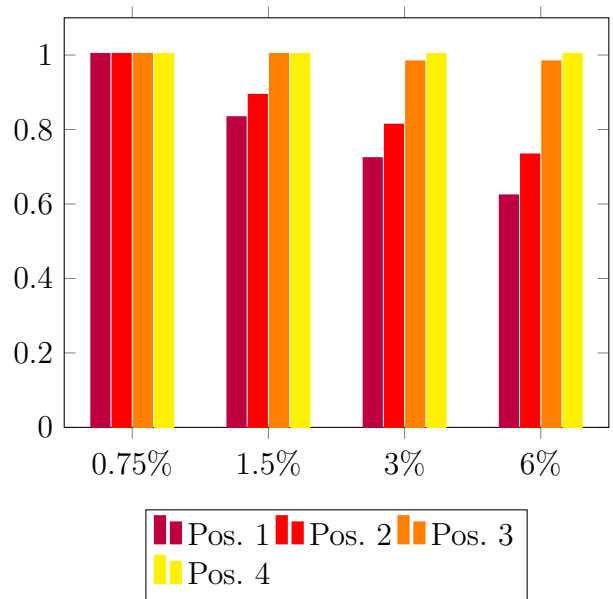


FIGURE 6.3 – Évolution de  $A/Avisco$  en fonction de la fraction volumique du pont et de sa position

Position du pont	$\frac{K}{KCE}$	Fraction volumique de pont			
		0.75%	1.5%	3%	6%
1	0.15	0.32	0.40	0.47	
2	0.15	0.28	0.35	0.42	
3	0.15	0.15	0.24	0.27	
4	0.15	0.15	0.15	0.16	

Tableau 6.2 – Valeurs de  $K/KCE$

Position du pont	$\frac{A}{Avisco}$	Fraction volumique de pont			
		0.75%	1.5%	3%	6%
1	1	0.84	0.72	0.63	
2	1	0.90	0.81	0.74	
3	1	1	0.99	0.98	
4	1	1	1	1	

Tableau 6.3 – Valeurs de  $A/Avisco$

Les observations suivantes peuvent être faites :

- Lorsque la fraction volumique de pont est très faible (0.75%), la poutre étudiée se comporte comme une poutre sandwich incluant une couche viscoélastique sans pont et ceci quelque soit la position du pont de résine (première colonne grisée dans les tableaux 6.2 et 6.3).
- Lorsque le pont est situé très proche du centre de la poutre (position 4 en jaune sur les figures) la poutre étudiée se comporte également comme une poutre sandwich incluant

une couche viscoélastique sans pont et ceci quelque soit la fraction volumique de pont (dernière ligne grisée dans les tableaux 6.2 et 6.3).

- L'influence de la position du pont de résine sur la raideur et l'amortissement est d'autant plus marquée que la fraction volumique de pont est importante.
- La **perte de raideur** par rapport à une poutre carbone-époxy est d'autant plus **faible** que le pont est proche de l'appui (Figure 6.2).
- La **perte d'amortissement** par rapport à une poutre sandwich sans pont est d'autant plus **forte** que le pont est proche de l'appui (Figure 6.3).

Les deux dernières observations peuvent se justifier physiquement en comparant sur la Figure 6.4 l'évolution spatiale du cisaillement transverse dans la couche viscoélastique post-traitée pour les différentes positions de pont considérées. On observe que  $\gamma_{xz}$  est d'autant plus grand que l'on s'approche de l'appui. Par conséquent, un pont de résine situé au voisinage de l'appui bloque une grande partie du cisaillement de l'élastomère (courbe violette sur la Figure 6.4), ce qui limite l'amortissement et, en contrepartie, permet de conserver une certaine raideur en flexion.

On voit bien maintenant que tout l'enjeu d'une étude paramétrique consiste à trouver le meilleur compromis entre amortissement et raideur. En d'autres termes, optimiser une plaque sandwich incluant des ponts de résine consiste à trouver la répartition et la taille optimales des ponts pour maximiser l'amortissement tout en limitant la perte de raideur en flexion à une valeur donnée.

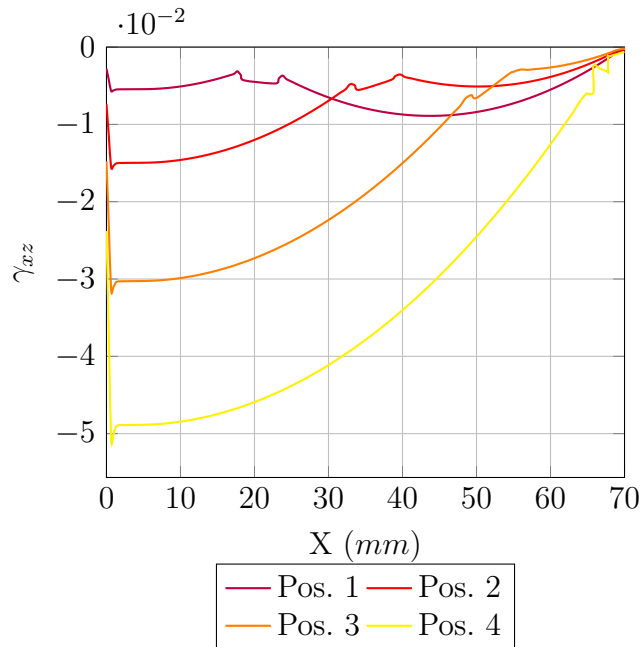


FIGURE 6.4 – Évolution spatiale du cisaillement transverse  $\gamma_{xz}$  dans la couche viscoélastique pour différentes positions de pont

### 6.3 Bibliographie sur l'optimisation de structures avec une couche viscoélastique

Les quelques études paramétriques qui ont été analysées dans le cadre de cette thèse avaient pour but d'optimiser l'amortissement et la raideur de plaques composites incluant une couche viscoélastique. La synthèse bibliographique présentée ici n'est certes pas exhaustive mais elle donne une idée des fonctions coûts utilisées.

Saravanos et Chamis [61] ont étudié la réponse forcée d'une poutre composite incluant une couche viscoélastique en son centre. Les paramètres variables étaient l'orientation des plis composant les peaux de la poutre et la fraction volumique de fibre. Une fonction coût a été construite afin de maximiser les valeurs des 5 premières fréquences propres, ce qui revient à maximiser la raideur de la poutre, et minimiser l'amplitude du déplacement transverse de la poutre calculé à ces fréquences.



Meaud et al. [62] ont cherché à optimiser la raideur et l'amortissement d'une plaque composite composée d'un matériau très raide et d'une couche de matériau amortissant. Les paramètres de l'étude étaient l'orientation des plis et la fraction volumique de matériau à haut module élastique. Dans un premier temps, pour chaque configuration, les auteurs ont calculé le module d'élasticité complexe du matériau très raide et l'ont comparé à celui du cas étudié :  $E_{raide}^*/E_{cas}^*$ . Le module complexe  $E^*$  est déterminé à partir des contraintes et déformations en flexion post-traitées dans les plaques étudiées :

$$\sigma^* = E^* \epsilon^* = (E' + iE'')\epsilon^* \quad (6.2)$$

où  $\sigma^*$  est la contrainte complexe,  $\epsilon^*$  la déformation complexe,  $E'$  le module de conservation et  $E''$  est le module de perte.

Dans un second temps, le facteur de perte du matériau amortissant  $\eta = E''_a/E'_a$  est rapporté à celui du cas étudié. La fonction coût que les auteurs ont cherché à minimiser est la somme de ces deux rapports.

Hamdoui et al. [63] ont étudié le comportement dynamique d'une poutre composite sandwich en faisant varier l'épaisseur des peaux et celle de la couche viscoélastique. La fonction coût considérée dans cette étude intègre d'une part l'amortissement modal du cas étudié rapporté à un amortissement de référence et la masse de la structure rapportée à une masse de référence. L'optimisation a été menée sous deux contraintes : l'épaisseur doit rester constante et la flèche maximale ne doit pas dépasser l'épaisseur totale de la poutre.

Moita et al. [64] ainsi que Xu et al. [65] ont également cherché à optimiser la réponse de plaques composites amorties par une couche viscoélastique. Ils ont étudié l'influence de l'orientation des plis, de l'épaisseur de la couche viscoélastique et de l'épaisseur des peaux composites sur la réponse dynamique des plaques. La fonction coût choisie était l'amortissement modal associé au premier mode de flexion.

En s'inspirant des travaux présentés dans les publications ci-dessus, une contrainte et une fonction coût ont été définies :

- La contrainte consiste à conserver une raideur statique supérieure ou égale à la moitié de la raideur d'une plaque carbone-époxy.

- La fonction coût, que l'on cherche à maximiser, consiste à sommer, sur les 4 premiers modes propres, le gain en amortissement modal ( $\eta$ ) entre le cas étudié et une plaque non amortie, rapporté au gain en amortissement modal entre un sandwich sans trou et une plaque non amortie.

La fonction coût est donc définie par :

$$F_C = \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i - \eta_{CE_i}}{\eta_{visco_i} - \eta_{CE_i}} \quad (6.3)$$

où  $\eta_i$  est l'amortissement modal du mode  $i$  de la configuration étudiée,  $\eta_{CE_i}$  est l'amortissement modal du mode  $i$  pour une plaque carbone-époxy (non amortie) et  $\eta_{visco_i}$  est l'amortissement modal du mode  $i$  pour une plaque carbone-époxy incluant une couche viscoélastique sans pont.

## 6.4 Mise en place d'un plan d'expérience

L'étude paramétrique présentée au paragraphe 6.2 a permis d'avoir une première d'idée de l'influence de la position et de la fraction volumique du pont de résine sur les réponses statique et dynamique d'une poutre sandwich sur appuis sollicitée en flexion. Dans cette première étude, 20 simulations ont été nécessaires, conduisant chacune à 1h20min de calcul sur une machine avec 16 coeurs cadencés à 3.2 GHz et 30 min de post-traitement. La même étude pour une plaque possédant 9 ponts pour 4 diamètres de ponts différents conduirait à réaliser 2048 simulations et, par suite, à environ 2700 heures de simulation et 1000 heures de post-traitement. C'est pourquoi un plan d'expérience optimisé a été mis place, l'objectif étant d'obtenir les amortissements modaux associés aux 4 premiers modes d'une plaque, quels que soient le nombre, la position et la taille des ponts, par interpolation des résultats post-traités sur uniquement 128 simulations numériques.

Les plans d'expériences sont utilisés dans de nombreux domaines tels que la finance, les sciences expérimentales, la psychologie, etc. Les paramètres variables de l'étude sont appelés *facteurs* et les résultats sont dénommés *réponses*.

Le caractère orthogonal d'un plan d'expérience permet de faire varier plusieurs facteurs simultanément tout en définissant de manière indépendante l'influence de chaque paramètre.

Le plan d'expérience choisi, extrait de la littérature, est orthogonal au regard des facteurs et de leurs interactions d'ordre 1 pour un modèle polynomial. Les valeurs des coefficients du polynôme, c'est-à-dire l'effet des facteurs sur la réponse, sont donc déterminées indépendamment les unes des autres, ce qui permet d'interpoler les résultats avec le maximum de confiance. Les fonctions utilisées pour décrire les phénomènes physiques sont très souvent continues et dérivables. Lorsque cette fonction est inconnue, il est pratique de l'approximer par un polynôme qui sera proche, si l'extension du domaine n'est pas trop importante, de son développement limité.

Le plan d'expérience choisi est le  $L128 - 4^1 - 2^9$  [66] car il permet de représenter 9 ponts pour 4 diamètres de ponts différents. Cela signifie que le plan se base sur 128 mesures pour un facteur à 4 niveaux (diamètre) et 9 facteurs à 2 niveaux (ponts). Les différents facteurs sont détaillés dans le tableau 6.4. Les réponses étudiées sont la flèche en flexion statique et

les amortissement modaux associés aux 4 premiers modes.

## 6.5 Influence des ponts sur la raideur statique et l'amortissement

Les caractéristiques des plaques étudiées dans le cadre du plan d'expérience, illustrées sur la Figure 6.5, sont les suivantes :

- Dimensions : 500 x 250 x 6 mm
- Épaisseur de la couche de DYAD601 : 1 mm
- Séquence d'empilement des plis :  $[0,90,90,0,DYAD601]_S$
- Chargements statique et dynamique : 1 N

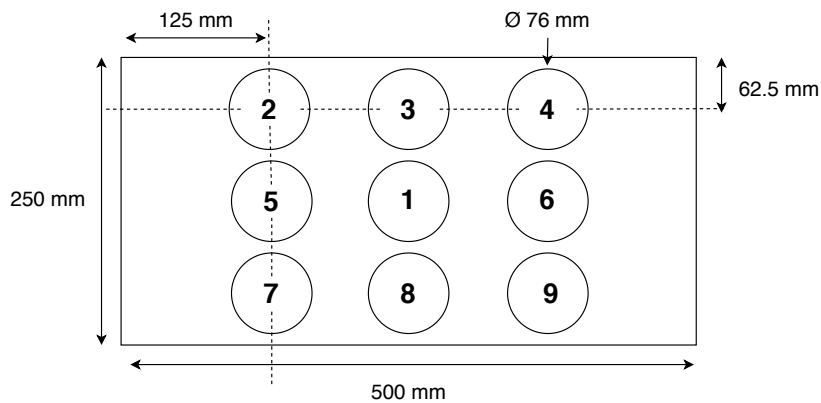


FIGURE 6.5 – Dimensions plaques et répartitions des ponts

Les différents facteurs du plan d'expérience sont présentés dans le Tableau 6.4. Le premier facteur représente le diamètre des ponts, qui varie de 30 à 76 mm, ce qui correspond à un ratio surface de ponts sur surface totale variant de 5 à 33%. Les autres facteurs correspondent, pour chaque position de pont, à la présence de résine (état plein = 1) ou de DYAD601 (état vide = 0).

Facteur	Correspondance	États possibles
A	Diamètre des ponts	30 mm, 51 mm, 66 mm, 76 mm
B	Pont 1	Plein (1) ou vide (0)
C	Pont 2	Plein (1) ou vide (0)
D	Pont 3	Plein (1) ou vide (0)
E	Pont 4	Plein (1) ou vide (0)
F	Pont 5	Plein (1) ou vide (0)
G	Pont 6	Plein (1) ou vide (0)
H	Pont 7	Plein (1) ou vide (0)
J	Pont 8	Plein (1) ou vide (0)
K	Pont 9	Plein (1) ou vide (0)

Tableau 6.4 – Facteurs du plan d'expérience

Les 4 premières fréquences propres, extraites des analyses modales effectuées sur une plaque libre-libre non amortie (carbone-époxy) et sur un sandwich libre-libre sans pont sont listées dans le Tableau 6.5. Les déformées modales associées sont présentées sur la Figure 6.6. Deux chargements différents permettent d'exciter correctement ces 4 modes. Le premier, illustré sur la Figure 6.7a, excite les modes n°1, 2 et 3 et le second, illustré sur la Figure 6.7b, excite le mode n°4. Ces chargements seront utilisés par la suite pour réaliser l'analyse de la réponse en fréquence de la plaque.

	Mode 1 (Hz)	Mode 2 (Hz)	Mode 3 (Hz)	Mode 4 (Hz)
Plaque carbone-époxy	91	150	238	413
Plaque sandwich sans pont	84	144	219	349

Tableau 6.5 – 4 premières fréquences propres

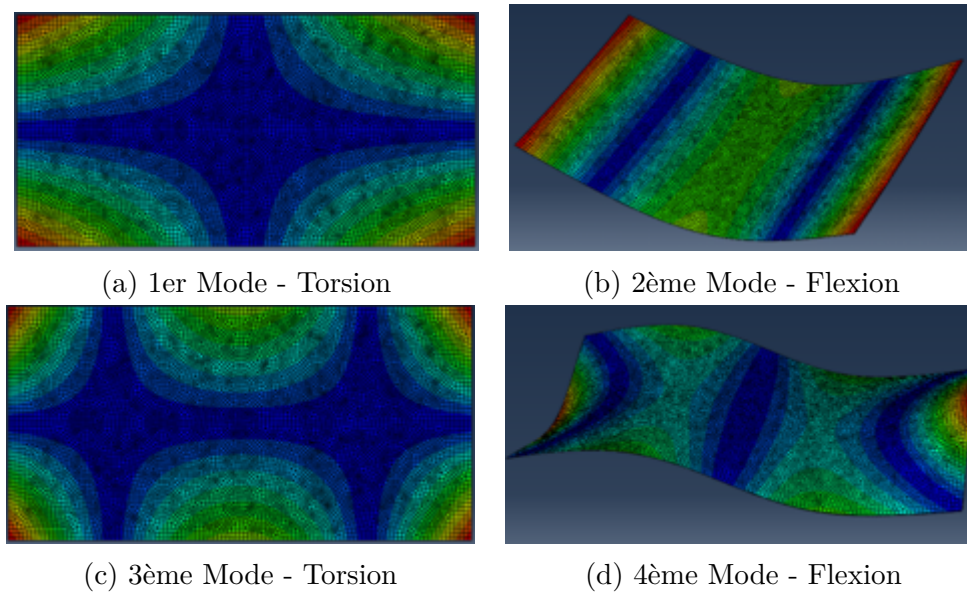


FIGURE 6.6 – 4 premières déformées modales

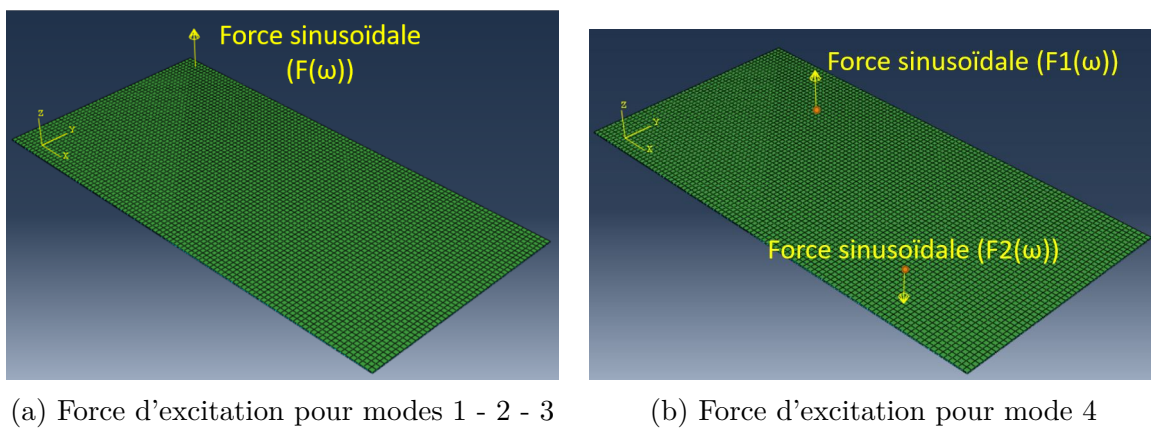


FIGURE 6.7 – Chargements associés à l'excitation des différents modes

### 6.5.1 Influence des facteurs sur la flèche en flexion statique

Dans un premier temps, la flèche d'une plaque bi-appuyée sollicitée par un chargement statique ponctuel transverse est analysée. Les appuis sont situés à 5mm des petits côtés de la plaque et un chargement de 1N est appliqué au centre. 128 configurations sont simulées et, pour chacune d'entre elles, la flèche au centre de la plaque est post-traitée. Les 128 configurations, qui sont tirées du plan  $L128 - 4^1 - 2^9$ , ne sont pas choisies de façon aléatoire, mais de manière à obtenir un plan d'expérience orthogonal afin de pouvoir identifier l'influence de chaque facteur de manière indépendante.

La flèche est décrite par une fonction polynomiale qui, dans notre cas, comporte au plus 55 termes soit 73 degrés de liberté. Les coefficients du polynôme sont obtenus par une régression linéaire minimisant un critère des moindres carrés.

Les Figures 6.8 et 6.9 présentent le diagramme des valeurs résiduelles en fonction des valeurs ajustées ainsi que la droite de Henry, obtenus à l'aide du logiciel Minitab [60]. Sur la figure 6.8, la valeur résiduelle correspond à l'écart (en mm) entre la flèche prédite par le polynôme résultant de la régression et celle obtenue par éléments finis. L'écart de flèche en % est donc la valeur résiduelle divisée par la valeur ajustée correspondante. L'écart le plus important entre les résultats des simulations numériques et ceux calculés par le polynôme est inférieur à 15%. Si la tolérance de conception est supérieure à 15%, le polynôme obtenu peut avantageusement remplacer les simulations numériques. Afin d'améliorer la précision du polynôme, il serait intéressant de prendre en compte des termes d'ordres supérieurs mais le nombre de simulations par éléments finis réalisées n'est pas suffisant pour le faire.

Ce diagramme permet également de vérifier que les valeurs résiduelles sont régulièrement et aléatoirement réparties autour du modèle. La droite de Henry illustrée sur la Figure 6.9 est une représentation graphique permettant d'évaluer la normalité d'une distribution. Elle compare les quantiles des valeurs résiduelles aux quantiles sous l'hypothèse de normalité. Si les valeurs résiduelles ne sont pas normalement distribuées, elles vont s'écarter de la droite.

La distribution aléatoire des résidus et la normalité des données sont les critères permettant de valider le choix du modèle. Présentée sur la Figure 6.8, la répartition des valeurs résiduelles en fonction des valeurs ajustées est pseudo-aléatoire autour de l'axe 0. La superposition observée entre la droite représentant l'hypothèse de normalité (en rouge) et les



valeurs résiduelles (Figure 6.9) montre que les valeurs résiduelles suivent une loi normale. Le plan d'expérience respecte donc les deux conditions permettant son utilisation.

Les valeurs aberrantes peuvent également être identifiées à partir du diagramme des valeurs résiduelles en fonction des valeurs ajustées : il s'agit de valeurs ponctuelles ayant un écart important avec la valeur ajustée. Elles peuvent avoir un effet disproportionné sur les résultats statistiques, ce qui peut conduire à des interprétations trompeuses. Ici, aucune valeur aberrante ne ressort.

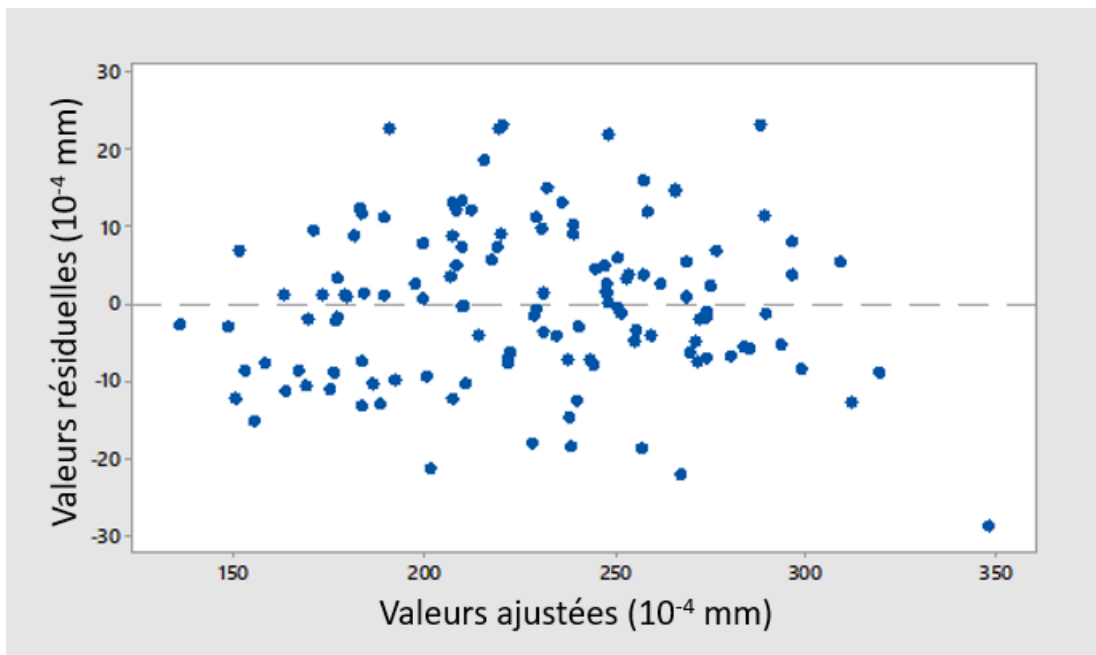


FIGURE 6.8 – Diagramme des valeurs résiduelles en fonction des valeurs ajustées pour l'étude de la flèche statique

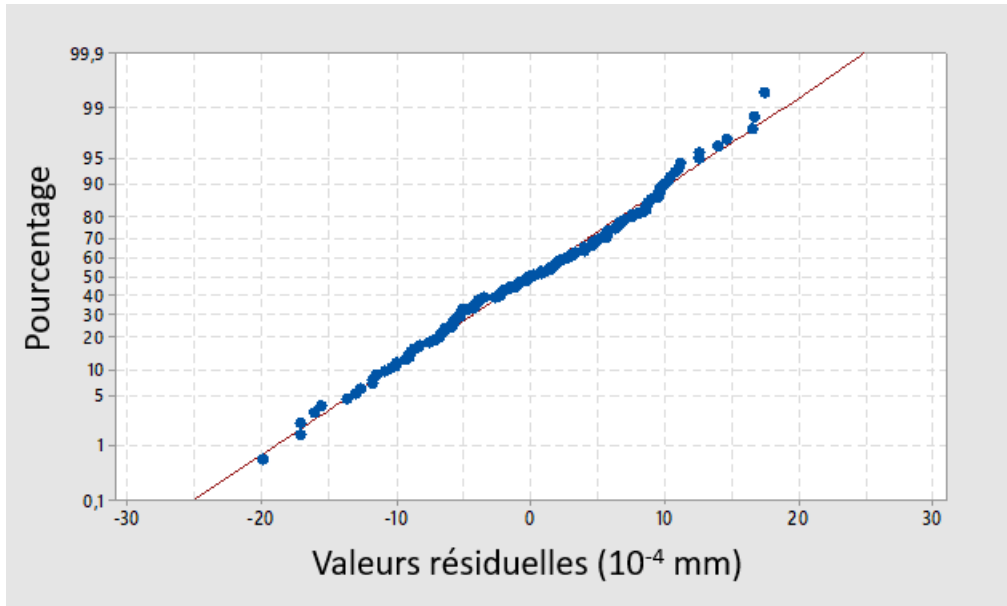


FIGURE 6.9 – Droite de Henry

Le diagramme de Pareto des effets normalisés permet, quant à lui, de vérifier la probabilité que les facteurs de l'étude aient un impact sur la réponse (Figure 6.10). Il est tracé à partir du test de Student qui permet, via l'analyse des coefficients d'une régression linéaire, de vérifier si un facteur a un effet sur la réponse (coeff.  $\neq 0$ ) ou au contraire aucun effet (coeff. = 0) - on parle dans ce cas de test d'hypothèse nulle.

Trois différents facteurs sont définis :

- Les facteurs linéaires, qui représentent les différents ponts et le diamètre des ponts
- Les facteurs quadratiques, qui étudient l'influence du carré des facteurs linéaires
- Les facteurs liés aux interactions, qui représentent l'influence de deux facteurs linéaires en simultané.

Il est de coutume de fixer un niveau de "significativité"  $\alpha = 5\%$  lorsque l'on cherche à identifier les facteurs non significatifs. Ce seuil correspond à la ligne rouge tracée sur le diagramme de Pareto des effets normalisés. Compte tenu du plan d'expérience choisi, un résultat du test d'hypothèse nulle a une probabilité de 5% d'être inférieur à 2. Ceci se traduit sur le diagramme de Pareto des effets normalisés par les facteurs ayant un effet normalisé

supérieur à 2. Les facteurs non significatifs sont donc ceux ayant un effet normalisé inférieur à 2. Aucun facteur quadratique n'apparaît comme significatif dans l'étude de la flèche. Les termes linéaires (A à K) apparaissent comme ceux ayant la plus forte probabilité d'influencer la flèche hormis les termes linéaires B, D et J correspondant aux ponts 1, 3 et 8 (Tableau 6.4), qui sont proche du seuil de significativité.

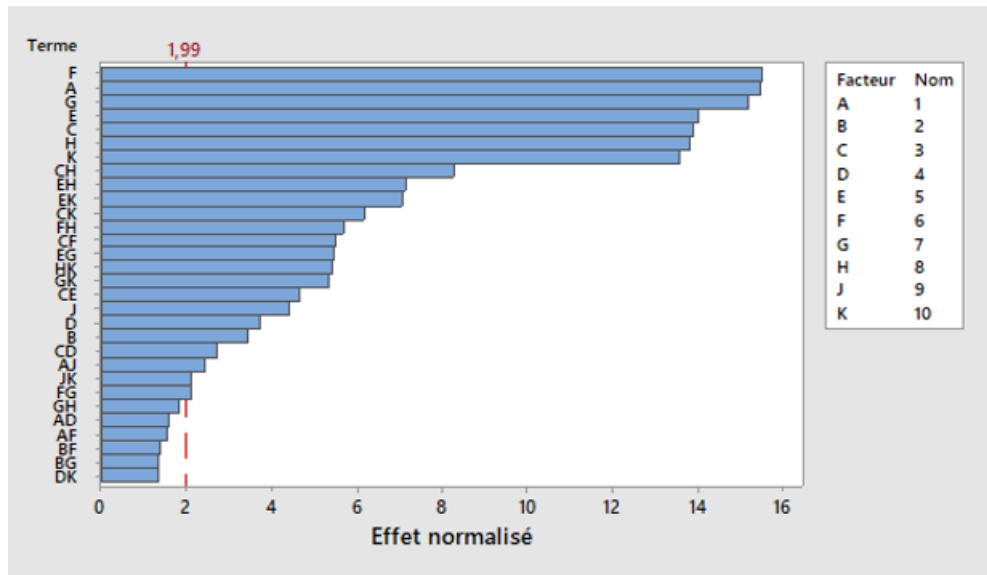


FIGURE 6.10 – Diagramme Pareto des effets normalisés pour l'étude de la flèche statique - la ligne rouge correspond à la limite entre les facteurs significatifs et non significatifs

Un polynôme est finalement déterminé à partir de la régression réalisée sur les résultats du plan d'expérience. Ce polynôme qui prend en compte les termes linéaires, quadratiques et les interactions peut s'écrire sous la forme :

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i < j}^k \beta_{ij} x_i x_j + \beta_{11} x_1^2 \quad (6.4)$$

- $y$  est la réponse,
- $\beta_0$  est une constante,
- $\beta_i$  sont les coefficients liés aux facteurs linéaires,
- $\beta_{ii}$  sont les coefficients liés aux facteurs quadratiques,

- $\beta_{ij}$  sont les coefficients liés aux interactions,
- $x_i$  (A→K) ,  $x_i^2$  (AA) et  $x_{ij}$  (AB →JK) sont les facteurs linéaires, quadratiques et les interactions.

Une première estimation de la capacité de prédiction du polynôme, c'est-à-dire sa capacité à reproduire les résultats éléments finis, est réalisée à partir de l'ensemble des termes linéaires, quadratiques et des interactions puis une seconde estimation est faite en retirant les termes non significatifs. Une dernière estimation est réalisée en conservant uniquement les termes linéaires. Le *R carré* est le coefficient qui mesure la qualité de prédiction du polynôme. Un biais au *R carré* est cependant possible : l'ajout de termes aux polynômes améliore toujours le *R carré* alors que cela peut être dû au hasard. Pour éviter une mauvaise estimation de la capacité de prédiction, le *R carré prévu* peut être utilisé. Il est calculé en éliminant chaque configuration de l'ensemble des données, une à une, en boucle, puis en recalculant les coefficients de l'équation de régression sans tenir compte de la configuration éliminée, pour finalement déterminer avec quelle précision ces nouveaux coefficients permettent de prédire la configuration éliminée. Le *R carré prévu* est présenté pour les différentes estimations réalisées dans le Tableau 6.6.

	Ensemble des facteurs	Facteurs significatifs	Facteurs linéaires
R carré prévu	88%	92%	77%

Tableau 6.6 – Capacité du polynôme issu du plan d'expérience à prédire la flèche statique

On constate que la capacité de prédiction du polynôme est meilleure lorsque seuls les facteurs significatifs sont pris en compte. Ceci s'explique par la diminution du nombre de facteurs intervenant dans le polynôme, réduisant ainsi le risque d'erreurs liés à un facteur. L'étude de la variation de la flèche du sandwich avec ponts en fonction des facteurs du plan

d'expérience permet ainsi de construire le polynôme prédictif suivant :

$$\begin{aligned}
 w_{max} = & 369.51 - 0.7222 * A - 6.59 * B - 23.94 * C - 12.88 * D - 19.56 * E - 51.97 * F \\
 & - 50.38 * G - 18.75 * H + 5.75 * J - 21.75 * K - 0.270 * AJ + 10.38 * CD + 17.81 * CE \\
 & + 21.06 * CF - 31.69 * CH - 23.62 * CK + 20.81 * EG - 27.31 * EH - 27.00 * EK \\
 & + 21.81 * FH + 20.38 * GK + 20.75 * HK
 \end{aligned}
 \tag{6.5}$$

On observe sur le diagramme de Pareto que les ponts 1 (facteur B), 3 (facteur D) et 8 (facteur J), situés au centre de la plaque et entourés en rouge sur la Figure 6.11, sont peu ou pas significatifs. Les coefficients polynomiaux associés à ces ponts sont compris entre 6.6 et 12.9, alors que ceux associés aux autres ponts varient de 19.6 à 52. D'un point de vue physique, ce résultat s'explique par le fait que la déformation en cisaillement transverse de l'élastomère est faible au centre de la plaque. L'étude de la poutre sandwich "quasi-2D" sur appuis présentée en début de ce chapitre l'a montré. Par conséquent, la présence de ponts dans la zone centrale ne réduit que faiblement le cisaillement global de la couche d'élastomère et, par suite, n'influe que très peu sur la réponse en flexion statique de la plaque sandwich.

Le polynôme (équation 6.5) et la figure 6.11 font également ressortir les interactions entre les ponts. Chaque pont est associé à un coefficient négatif, ce qui signifie que la présence du pont tend à diminuer la flèche, autrement dit à rigidifier la plaque. On constate que les interactions entre deux ponts adjacents (hors ponts 1, 3 et 8) sont associées à des coefficients positifs, ce qui signifie une augmentation de la flèche et donc une diminution de la raideur. Autrement dit, positionner un pont trop proche d'un autre n'est pas efficace si l'on souhaite accroître substantiellement la raideur de la plaque.

De la même manière, les coefficients des interactions correspondant à deux ponts non adjacents sont, quant à eux, négatifs, ce qui montre que l'interaction entre deux ponts non adjacents diminue la flèche, autrement dit accroît la raideur de la plaque.

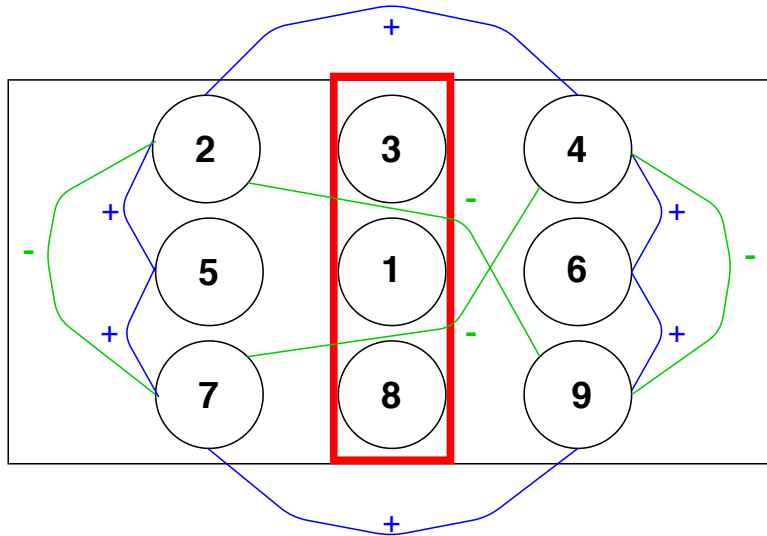
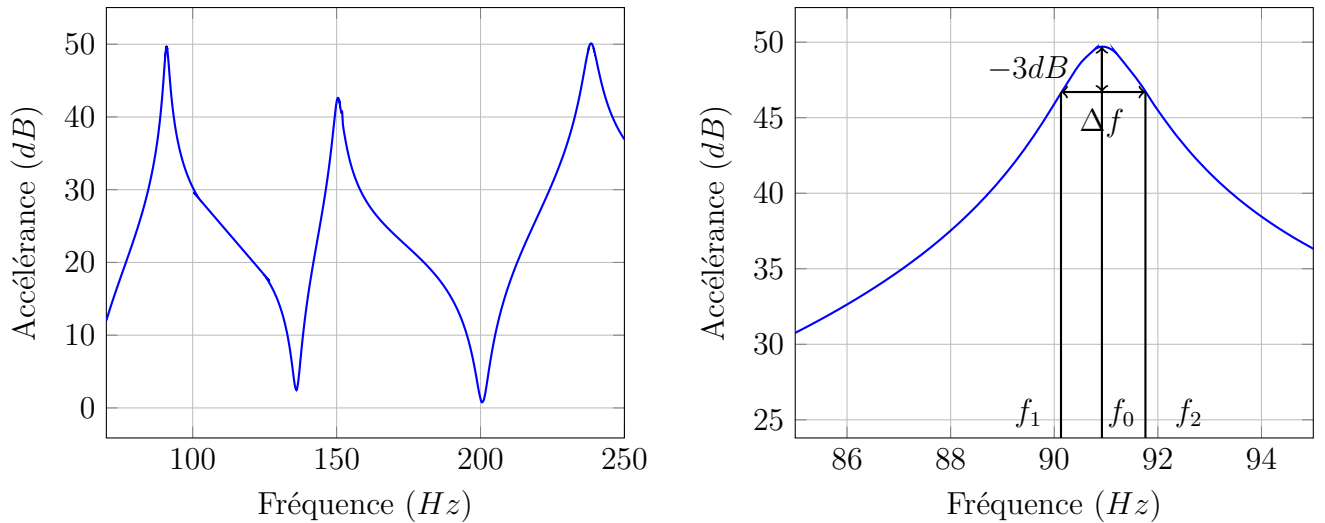


FIGURE 6.11 – Localisation des ponts n'influant pas (ou peu) la flèche statique ainsi que les interactions croisées entre les ponts

Parmi les 128 configurations simulées numériquement pour construire le plan d'expérience, 43 permettent d'obtenir une raideur supérieure ou égale à la moitié de celle d'une plaque carbone-époxy non amortie.

### 6.5.2 Influence des facteurs sur les amortissements modaux des 4 premiers modes propres

Dans un second temps, les amortissements modaux associés aux 4 premiers modes propres sont traités comme des réponses du plan d'expérience. L'amortissement modal est estimé par la méthode de bande passante à -3dB. La figure 6.12(b) montre les paramètres permettant de calculer l'amortissement modal associé au premier mode propre.



(a) Évolution du gain en l'accélération en fonction de la fréquence (b) Détermination de l'amortissement modal autour de la fréquence propre du premier mode

FIGURE 6.12 – Méthode de bande passante à -3 dB

L'équation suivante permet de calculer l'amortissement modal à partir des valeurs identifiées dans la figure 6.12.

$$\eta = \frac{\Delta f}{f_0} \quad (6.6)$$

où  $\Delta f = f_2 - f_1$  est la largeur de bande à -3dB et  $f_0$  est la fréquence propre du mode propre étudié.

Pour chaque amortissement modal, les diagrammes des valeurs résiduelles en fonction des valeurs ajustées, la droite de Henry ainsi que les diagrammes Pareto sont analysés en suivant la même procédure que celle décrite au paragraphe 6.5.1. L'ensemble des coefficients liés aux facteurs composant les polynômes prédictifs sont présentés en Annexe 1. Les ponts n'ayant que peu d'influence sur l'amortissement modal de chacun des 4 modes propres sont illustrés sur la Figure 6.13. Ils correspondent en fait aux facteurs peu ou pas significatifs du plan d'expérience. On peut remarquer qu'aucune interaction représentant deux ponts adjacents (ou non) n'est significative. Seules les interactions faisant intervenir le diamètre des ponts et

la présence des ponts sont significatives. Le signe de ces termes est négatif, ce qui signifie que ces interactions tendent à réduire l'amortissement.

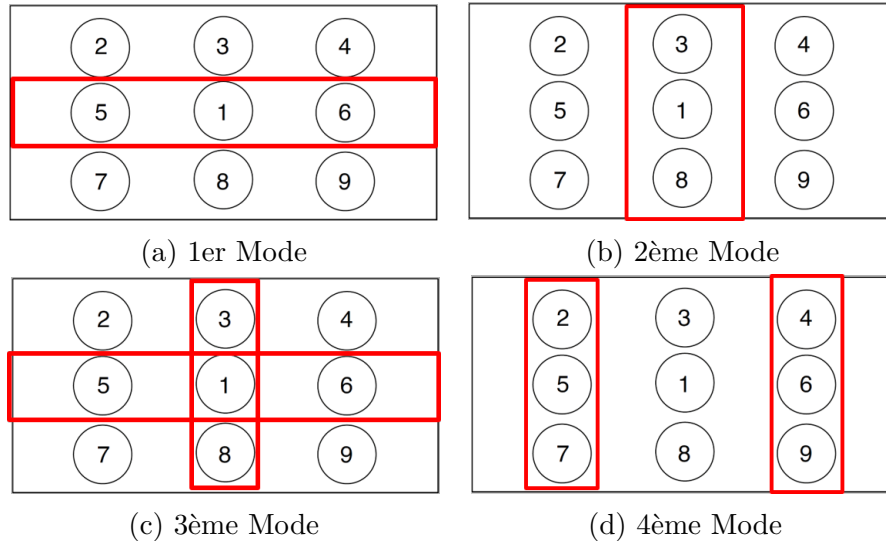


FIGURE 6.13 – Localisation des ponts peu significatifs sur l'amortissement modal

Afin d'expliquer l'influence négligeable de certains ponts, une analyse des déformations en cisaillement de la couche viscoélastique excitée aux 4 premières fréquences propres a été réalisée. La configuration choisie pour cette explication correspond à une plaque ayant deux ponts (cercles rouges sur la Figure 6.14). Cette configuration permet d'observer l'influence d'un pont situé sur la diagonale de la plaque et d'un pont situé à mi-largeur. L'influence de la présence de deux ponts proches est également observée dans cette configuration. La répartition de la déformation en cisaillement sur les modes 1 à 4 permet de comparer le côté droit de la plaque qui ne présente aucun pont, au côté gauche qui lui inclut 2 ponts.

On observe que les ponts n'agissent que localement sur la déformation en cisaillement transverse de la couche d'élastomère. Lorsqu'un pont est situé dans une zone de faible déformation, il n'a qu'un impact négligeable sur l'amortissement modal. En d'autres termes, un pont situé dans les zones où l'élastomère cisaille peu (zones de couleur bleue sur la Figure 6.14) correspond à un facteur du plan d'expérience peu significatif .



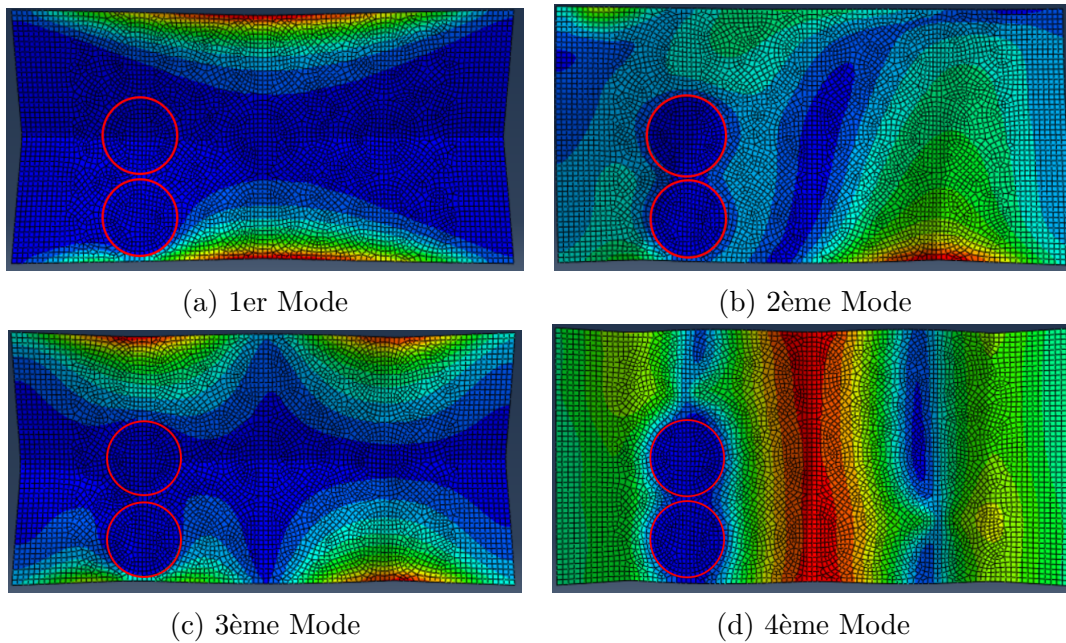


FIGURE 6.14 – Déformation en cisaillement pour les 4 modes de l'étude

Un polynôme prédictif est construit pour chacun des amortissements modaux. La capacité des polynômes construits à prédire les amortissements modaux associés aux 4 premiers modes propres est présentée dans le Tableau 6.7.

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
R prévu	96%	96%	97%	93%

Tableau 6.7 – Capacité prédictive des amortissement modaux pour les 4 premiers modes

### 6.5.3 Détermination de la configuration de ponts optimale

Une fois les polynômes permettant de prédire la flèche statique et les amortissement modaux identifiés, la fonction coût décrite par l'expression 6.3 est calculée pour les 128 configurations simulées numériquement puis traitée elle-même en tant que réponse du plan d'expérience.

Une démarche similaire à celle présentée précédemment est donc mise en oeuvre afin de construire un polynôme prédictif de la fonction coût. En ne conservant que les facteurs significatifs, c'est à dire ceux dont l'effet normalisé du diagramme de Pareto est supérieur à 2, le polynôme obtenu a une capacité de prédiction de 97%.

La qualité de prédiction des fonctions coûts obtenues à partir des simulations éléments finis par le polynôme est illustrée sur le diagramme des valeurs résiduelles présenté ci-dessous. En rapportant la valeur résiduelle à la valeur ajustée comme précédemment, on constate que l'écart le plus important entre les fonctions coûts associées aux simulations numériques et celles calculées par le polynôme est inférieur à 10%.

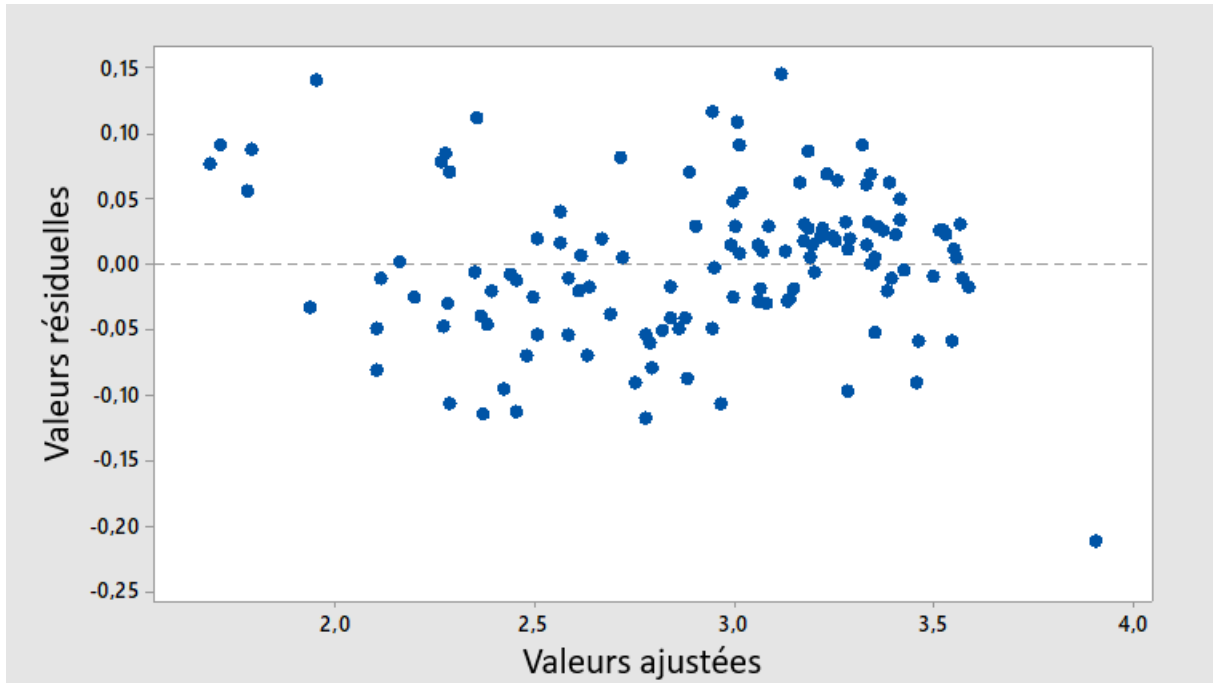


FIGURE 6.15 – Diagramme des valeurs résiduelles en fonction des valeurs ajustées pour l'étude de la fonction coût

Le polynôme prédictif est ensuite utilisé pour calculer la flèche associée aux 2048 combinaisons possibles de positions et de diamètres de ponts. Ces calculs permettent de déterminer les configurations de ponts qui conduisent à une raideur en flexion supérieure ou égale à 50% de celle d'une plaque carbone-époxy non amortie. Compte tenu de l'écart maximal observé (15%) entre la flèche prédite par le polynôme et celle calculée par éléments finis, le critère de raideur en flexion considéré pour déterminer la configuration optimale est égale à  $50\% \times 1,15 = 57,5\%$ . On constate que 257 configurations vérifient ce critère.

Le polynôme prédictif est enfin utilisé pour calculer les fonctions coûts des 2048 configurations, le but étant d'identifier la (ou les) configuration(s) de ponts optimale(s). Les configurations qui respectent le critère en raideur de 57,5% sont encadrées en rouge sur la Figure 6.16.

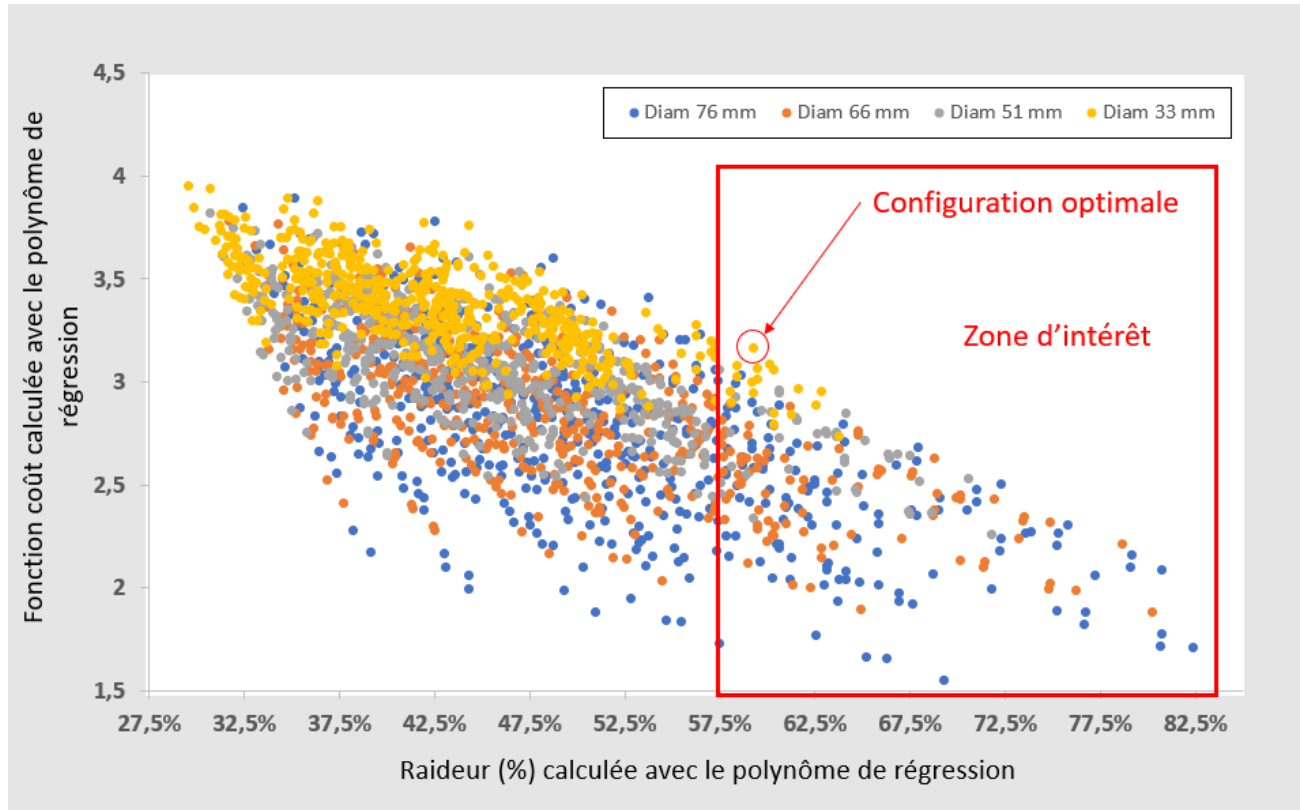


FIGURE 6.16 – Évolution de la fonction coût en fonction du rapport de raideur

On observe sur cette figure que les configurations présentant un rapport de raideur égal à 57,5% correspondent à une fonction coût comprise entre 1,7 et 3. Autrement dit, la fonction coût, c'est à dire le niveau d'amortissement sur les 4 premiers modes propres, varie de façon importante pour des configurations de raideur similaire.

Après traitement de l'ensemble des résultats, la configuration désignée par une flèche sur la Figure 6.17 ressort du lot. Elle est composée de 6 ponts de diamètre 30 mm, ce qui correspond à une fraction volumique de ponts de 3,3 %. Les valeurs de fonction coût et les raideurs associées à cette configuration sont présentées dans le Tableau 6.8. Dans cette table, la configuration minimale est celle conduisant à une raideur équivalente à la configuration optimale mais à la fonction coût la plus basse.

Des simulations par éléments finis ont été réalisées pour la configuration optimale afin

d'estimer les écarts entre d'une part les résultats issus des polynômes prédictifs (flèche et fonction coût), et d'autre part les résultats numériques. L'écart ne dépasse pas 2% pour la fonction coût et 4% pour le rapport de raideurs. Le calcul de la configuration optimale à partir du plan d'expérience semble donc cohérent.

	Fonction coût	Raideur	Fonction coût Num.	Raideur Num.
Configuration 1	3.2	59.2%	3.16	61 %
Configuration minimale	2.2	59.2%	-	-

Tableau 6.8 – Valeurs de la fonction coût et du rapport de raideur pour les configurations optimale et minimale

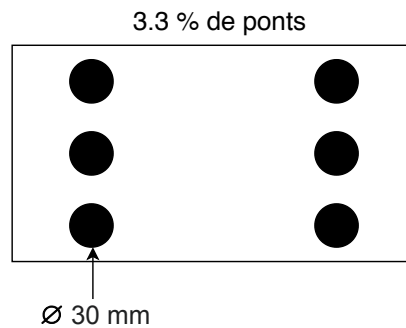


FIGURE 6.17 – Localisation des ponts pour la configuration optimale

On constate que la configuration optimale n'a aucun pont situé sur sa petite médiane. Ce résultat était prévisible au regard des conclusions tirées de l'étude de la poutre : les ponts situés au centre ont peu d'influence. De plus, la position des ponts est symétrique par rapport à la petite médiane, ce qui permet d'assurer une déformation symétrique lorsque la plaque est soumise à un chargement transverse uniforme.

On observe enfin que la configuration optimale présente une fraction volumique de ponts de 3.3%, ce qui est en accord avec les résultats obtenus par Robinson et al. (fraction  $\leq 5\%$ ) [57] et ceux obtenus par Pan et al. (fraction  $\leq 2.2\%$ ) [58]. Par contre, si l'on se donne un critère en raideur différent, par exemple 47.5%, on observe que la fraction volumique de ponts associée à la configuration optimale est de 7.2%. La fraction volumique de ponts ne paraît donc pas être un élément de comparaison cohérent s'il n'est pas relié à la position des

ponts.

## 6.6 Conclusion

Dans ce chapitre, une plaque carbone-époxy incluant une couche de DYAD601 et 9 ponts a été étudiée, le but étant d'optimiser la présence (ou l'absence), l'emplacement et la taille des ponts en :

- maximisant une fonction coût définie à partir des amortissements modaux estimés pour les 4 premiers modes propres,
- imposant une raideur en flexion de plaque au moins égale à la moitié de celle d'une plaque carbone-époxy non amortie.

Une première étude a été réalisée afin d'identifier l'influence de la position et de la taille d'un pont de résine sur le comportement statique et sur la réponse dynamique d'une poutre sur appuis. Ensuite, un plan d'expérience a été mis en place afin d'analyser, pour une plaque carbone-époxy incluant une couche de DYAD601 et 9 ponts de résine, l'effet du nombre, de la position et de la taille des ponts sur la flèche statique et sur les amortissements modaux associés aux 4 premiers modes propres. Les facteurs peu significatifs ont été identifiés, permettant d'exclure les ponts n'ayant que peu ou pas d'influence sur les différentes réponses.

A partir d'un nombre limité de simulations numériques, des polynômes prédictifs ont été construits pour estimer rapidement la flèche statique et les amortissements modaux en fonction des facteurs de l'étude.

Une approche similaire appliquée à la fonction coût a enfin permis de trouver la configuration optimale (nombre, position et taille) des ponts de résines. Ces polynômes prédictifs ont permis de calculer les réponses pour les 2048 combinaisons possibles afin de déterminer la configuration optimale respectant le cahier des charges.

L'optimum trouvé était prévisible si l'on observe les premiers résultats obtenus pour une poutre et présentés au paragraphe 6.2. Néanmoins, l'utilisation d'un plan d'expérience a permis de vérifier que les conclusions dégagées pour une poutre étaient également valables pour une plaque, ce qui n'était pas évident a priori étant donné la forme des 4 premiers modes (alternance de modes de torsion et de flexion). On observe ainsi que les ponts situés

au centre de la plaque n'ont qu'un faible impact sur les réponses du plan d'expérience, hormis sur l'amortissement modal du 4ème mode, dont les ventres de vibrations se situent justement sur la ligne médiane. La configuration optimale obtenue ne possède ainsi aucun pont en son centre.

# Chapitre 7

## Conclusion et perspectives

### Résumé

Dans ce dernier chapitre, après un résumé des travaux réalisés dans le cadre de cette thèse de doctorat, les principales contributions du travail de thèse sont dégagées puis quelques perspectives de recherche sont proposées.

### 7.1 Résumé des travaux

Au chapitre 1, une revue bibliographique des différents traitements amortissants a été réalisée en distinguant les traitements passifs, actifs et hybrides.

Au chapitre 2, quelques lois permettant de représenter les comportements d'un stratifié carbone-époxy et de l'élastomère DYAD601 ont été décrites. Les caractéristiques matériaux nécessaires à la mise en place d'un modèle de calcul par éléments finis ont été identifiées. Le comportement du DYAD601 a été décomposé en une partie hyperélastique caractérisant son état incompressible et une partie viscoélastique associée à ses propriétés amortissantes qui varient avec la fréquence d'excitation. Des mesures DMA sur l'élastomère ont permis d'identifier les évolutions fréquentielles du facteur de perte et de la raideur dynamique sur une plage de fréquence de 1 à 2000 Hz. Les bancs d'essais ainsi que les plaques échantillons fabriquées pour les essais statiques et dynamiques ont également été présentés dans ce chapitre.



Au chapitre 3, les théories permettant de modéliser les comportements statique et dynamique d'une plaque monolithique carbone-époxy ont été étudiées. Un modèle éléments finis a été construit en associant le composite carbone-époxy à un matériau orthotrope. L'élançement relativement faible des plaques peut supposer la présence de déformations en cisaillement transverse lorsque celles-ci sont sollicitées hors plan ; les éléments plaques ont été choisis en conséquence. Les résultats de calculs par éléments finis ont enfin été corrélés aux résultats d'essais en ajustant certaines propriétés du matériau orthotrope.

Au chapitre 4, les théories applicables à l'étude du comportement d'une plaque composite incluant une couche viscoélastique ont été étudiées. La théorie *layerwise* apparaît comme la plus adaptée pour décrire le comportement d'un tel sandwich. La décomposition en couches permet de décrire le comportement des peaux supérieure, inférieure et de la couche centrale. Un modèle élément finis basé sur un maillage en éléments volumiques a ensuite été comparé à un modèle dans lequel les peaux sont modélisées en élément plaques et la couche d'élastomère en éléments volumiques. On a observé que les réponses en flexion statique obtenues à partir des modèles 3D et 2D/3D corrélaient parfaitement. Un maillage en éléments plaques des peaux carbone-époxy a donc été adopté afin de réduire les temps de calculs. Les résultats issus des simulations de réponse en fréquence des plaques sandwichs ont ensuite été comparés avec succès aux résultats d'essais, ce qui a permis de vérifier la pertinence des caractéristiques mécaniques du DYAD mesurées par DMA et introduites dans la loi de comportement hyper-viscoélastique.

Au chapitre 5, un modèle éléments finis de plaque sandwich carbone-époxy-DYAD601 incluant des ponts de résine a été construit. En repartant du modèle présenté au chapitre 4, les zones associées aux ponts de résine ont été isolées puis les propriétés mécaniques de la résine époxy ont été attribuées aux éléments finis correspondants. En comparant les raideurs extraites des calculs éléments finis aux raideurs mesurées, on a constaté que les plaques fabriquées étaient bien moins raides que les plaques théoriques. Une analyse détaillée des découpes effectuées dans les plaques fabriquées a permis de montrer que les ponts de résine n'étaient pas bien formés et n'occupaient pas le volume attendu. Dans une approche essais-erreurs, plusieurs configurations de ponts ont été modélisées et étudiées afin d'identifier un nombre de ponts "équivalent en raideur" aux mesures expérimentales. Ces simulations ont également montré que la raideur et l'amortissement de ce type de plaques sont plus sensibles

à la position des ponts qu'à leur nombre.

Au chapitre 6, l'effet de la position d'un pont de résine sur la raideur et l'amortissement modal d'une poutre sandwich sur appuis a été étudié. Dans un second temps, on a cherché à identifier la plaque sandwich carbone-époxy-DYAD "pontée" optimale, c'est à dire le meilleur compromis raideur - amortissement. D'une part, une fonction coût a été définie comme la somme des amortissements modaux calculés pour les 4 premiers modes propres. D'autre part, on s'est donné la contrainte suivante : la plaque optimale doit garder une raideur en flexion au moins égale à 50% de celle d'une plaque carbone-époxy non amortie. Un plan d'expérience, construit à partir d'un nombre limité de simulations numériques, a permis d'identifier les configurations de plaques (position et taille des ponts de résine) qui maximisent la fonction coût tout en respectant la contrainte de raideur. Les résultats obtenus par ce plan d'expérience ont été analysés puis reliés à la physique d'une plaque sandwich sous chargements statique et dynamique.

## 7.2 Contributions de la thèse

Les principales contributions de cette thèse concernent essentiellement la modélisation numérique et l'optimisation des plaques sandwich "pontées" :

1. Des pré-imprégnés carbone-époxy ont servi à fabriquer des plaques composites incluant une couche d'élastomère perforée. Pendant la phase de cuisson, les trous se remplissent de résine, ce qui crée des ponts entre les peaux inférieures et supérieures du sandwich obtenu. Au cours de cette étude, il a été observé que la forme des ponts de résine n'était pas celle attendue, ce explique sans doute la différence de raideur constatée entre le modèle théorique et les plaques testées. Les pré-imprégnés ne semblent donc pas convenir parfaitement à la fabrication de ce type de sandwich "ponté" et une technique différente de remplissage des trous par la résine doit être envisagée.
2. Les caractéristiques dynamiques de l'élastomère DYAD601, mesurées sur un dispositif DMA, ont été directement utilisées dans la construction de modèles de calcul par éléments finis. Ces modèles, de complexité croissante, ont été systématiquement validés par comparaison à des essais expérimentaux, réalisés sur les plaques échantillons

fabriquées par l'auteur de cette thèse.

3. A partir d'un nombre limité de simulations numériques, un plan d'expérience a été construit afin d'optimiser le nombre, la position et la taille des ponts de résine, l'objectif étant de maximiser l'amortissement sur les 4 premiers modes propres de la plaque amortie tout en conservant une raideur au moins égale à la moitié de celle d'une plaque carbone-époxy. Cette technique, très peu utilisée dans l'analyse vibratoire des structures, s'est avérée efficace pour identifier rapidement la configuration optimale de ponts.

### 7.3 Perspectives

En l'état actuel, la méthode de fabrication des plaques amorties "pontées" ne paraît pas optimale car on constate une mauvaise formation des ponts entre les peaux carbone-époxy. Il serait intéressant d'étudier d'autres procédés de fabrication afin d'observer si le remplissage des ponts est meilleur. En conservant le même procédé de fabrication, le pré-remplissage des ponts avec de la résine époxy peut également être envisagé et permettrait de s'assurer de la présence de résine dans les trous. Par ailleurs, du pré-imprégné carbone-époxy pourrait être découpé aux dimensions des ponts afin de remplir les trous. Cela permettrait d'utiliser le même matériau pour les ponts et les peaux. Le développement d'une méthode d'analyse du remplissage des trous pourrait également être envisagé afin d'étudier l'influence de plusieurs paramètres sur ce remplissage. L'utilisation de méthodes de contrôle non destructif telles que les ultrasons ou la tomographie est une piste envisageable.

Ce travail de thèse s'est intéressé à l'étude de plaques de petites dimensions (500x250 mm). Travailler sur des plaques de plus grande envergure permettrait de se rapprocher des panneaux raidis aujourd'hui utilisés par exemple dans la construction des cloisons ou des ponts de navires. Un effet d'échelle peut en effet apparaître sur les résultats. De la même façon, étudier l'influence des ponts sur des structures à courbure non nulle (cylindres, etc.) permettrait de confirmer que la méthodologie proposée s'applique également pour ce type de structures.

La méthode de réponse directe en fréquence a été choisie car elle permet de tenir compte

de la variabilité en fréquences des caractéristiques mécaniques de l'élastomère. Bien qu'efficace, cette méthode est très gourmande en temps de calcul, d'autant plus que la structure à étudier est importante et que la gamme de fréquence est élevée : maillage de plus en plus fin. Le développement d'une méthode sans maillage, permettant d'intégrer les singularités géométriques que représentent les ponts, pourrait être envisagé. Un tel développement aiderait à éliminer rapidement les configurations sans intérêt et permettrait de n'effectuer des simulations numériques en réponse directe que sur les configurations restantes.

L'étude de la réponse au choc de telles structures amorties "pontées" est également intéressante dans la mesure où la présence d'un élastomère et de ponts peut influencer l'initiation et la propagation de l'endommagement (fissuration de la matrice, délaminage, rupture des fibres) dans le sandwich créé. On pourrait alors vérifier si l'utilisation de plans d'expériences s'applique également aux réponses au choc, sachant que ces dernières peuvent être fortement non-linéaires.

# Bibliographie

- [1] Michael Kraus, Michael Niederwald, Geralt Siebert, and Manfred Keuser. Rheological modelling of linear viscoelastic materials for strengthening in bridge engineering. *Unbekannte Zeitschrift*, (September), 2016.
- [2] C. M. A. Vasques, R. A. S. Moreira, and J Dias Rodrigues. Viscoelastic Damping Technologies-Part I : Modeling and Finite Element Implementation. *Journal of advanced Research in Mechanical Engineering*, 1(2) :76–95, 2010.
- [3] Maurício V. Donadon, Sérgio Frascino M. de Almeida, Mariano A. Arbelo, and Alfredo R. de Faria. A Three-Dimensional Ply Failure Model for Composite Structures. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2009 :1–22, 2009.
- [4] S. Subramanian, R. Surampudi, K. R. Thomson, and S. Vallurupalli. Optimization of damping treatments for structure borne noise reduction. *Sound and Vibration*, 38(9) :14–18, 2004.
- [5] K. Naumenko, J. Altenbach, H. Altenbach, and V. K. Naumenko. Closed and approximate analytical solutions for rectangular Mindlin plates. *Acta Mechanica*, 2001.
- [6] Konstantin Naumenko and Victor A. Eremeyev. A layer-wise theory for laminated glass and photovoltaic panels. *Composite Structures*, 112 :283–291, jun 2014.
- [7] Holm Altenbach, Victor A. Eremeyev, and Konstantin Naumenko. On the use of the first order shear deformation plate theory for the analysis of three-layer plates with thin soft core layer. *ZAMM Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik*, 95 :1004–1011, 2015.
- [8] Peter J. Torvik. Analysis of Free-Layer Damping Coatings. *Key Engineering Materials*, 333 :195–214, 2007.

- [9] Sung Yi, M. Fouad Ahmad, and H. H. Hilton. Dynamic responses of plates with viscoelastic free layer damping treatment. *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME*, 118(3) :362–367, 1996.
- [10] Hervé Le Sourne. Cours de dynamique des navires. *Ecole Centrale de Nantes*, 2020.
- [11] W Swallown. An improved method of damping panel vibrations, 1939.
- [12] E.E Ungar, D. Ross, and E. Kerwin. Damping Of Flexural Vibrations By Alternate Viscoelastic And Elastic Layers. *WADC*, 1959.
- [13] Pravin P. Hujare and Anil D. Sahasrabudhe. Experimental Investigation of Damping Performance of Viscoelastic Material Using Constrained Layer Damping Treatment. *Procedia Materials Science*, 5 :726–733, 2014.
- [14] Mohan D. Rao. Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and commercial airplanes. *Journal of Sound and Vibration*, 262(3) :457–474, 2003.
- [15] Chang P. Liu and Robert L. Forward. Electronic damping of resonance in gimbal structures. In *22nd Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, pages 219–236, 1981.
- [16] A. M. Baz. Method and device for active constrained layer damping for vibration and sound control, 1996.
- [17] S. C. Huang, D. J. Inman, and E. M. Austin. Some design considerations for active and passive constrained layer damping treatments. *Smart Materials and Structures*, 5(3) :301–313, 1996.
- [18] R Stanway, J A Rongong, and N D Sims. Active constrained-layer damping : a state-of-the-art. *Journal of Systems and Control Engineering*, 217 :437–456, 2003.
- [19] J. M. Plump and J. E. Hubbard. Modelling of an active constrained layer damper. In *In 12th International Congress on Acoustics*, page D41, 1986.
- [20] A. Baz and A. Tempia. Active piezoelectric damping composites. *Sensors and Actuators*, 112(2-3) :340–350, 2004.
- [21] N. Iosipescu. New Accurate Procedure for Single Shear Testing of Metals. *Journal of Materials*, 2(3) :537–566, 1967.

- [22] ASTM D5379 Standard Test Method for Shear Properties of Composite Materials by the V-Notched. *ASTM International*, (March) :1–13, 2005.
- [23] Dassault Abaqus Manual. *Dassault Systèmes*. 2016.
- [24] Xiangming Zhang and Rong Z. Gan. Dynamic properties of human tympanic membrane based on frequency- temperature superposition. *Annals of Biomedical Engineering*, 41(1) :205–214, 2013.
- [25] M. Mooney. A theory of large elastic deformation. *Journal of Applied Physics*, 11(9) :582–592, 1940.
- [26] R. S. Rivlin. Large elastic deformations of isotropic materials. IV. Further developments of the general theory. *Mathematical and Physical Sciences*, 241(835) :379–397, 1948.
- [27] R. W. Ogden. *Non-Linear Elastic Deformations*. Dover Publications, 1984.
- [28] O. H. Yeoh. Some forms of the strain energy function for rubber. *Rubber Chemistry and technology*, 66(5) :754–771, 1993.
- [29] Alan N. Gent. *Engineering With Rubber*. Hanser, 2012.
- [30] I. L. Hopkins and R. W. Hamming. On creep and relaxation. *Journal of Applied Physics*, 28(8) :906–909, 1957.
- [31] Warren F. Knoff and Irving L. Hopkins. An improved numerical interconversion for creep compliance and relaxation modulus. *Journal of Applied Polymer Science*, 16(11) :2963–2972, 1972.
- [32] C.M.A. Vasques and L.C. Cardoso. *Vibration and Structural Acoustics Analysis*. Springer, springer edition, 2011.
- [33] M. Baumgaertel and H. H. Winter. Determination of relaxation and retardation spectra from dynamical mechanical data. *Rheologica Acta*, 28 :511–519, 1989.
- [34] Malcolm L. Williams, Robert F. Landel, and John D. Ferry. The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-forming Liquids. *Journal of the American Chemical Society*, 77(14) :3701–3707, 1955.
- [35] D.J. Ewins. *Modal Testing : Theory and Practice*. Wiley, 1984.
- [36] E. P. Bowyer, D. J. O’Boy, V. V. Krylov, and F. Gautier. Experimental investigation of damping flexural vibrations in plates containing tapered indentations of power-law profile. *Applied Acoustics*, 74(4) :553–560, 2013.

- [37] Daoud Hajer, El Mahi Abderrahim, Rebiere Jean-Luc, Mechri Charfeddin, Taktak Mohamed, and Haddar Mohamed. Experimental analysis of the linear and nonlinear vibration behavior of flax fibre reinforced composites with an interleaved natural viscoelastic layer. *Composites Part B : Engineering*, 151 :201–214, oct 2018.
- [38] S. Mahmoudi, A. Kervoelen, G. Robin, L. Duigou, E. M. Daya, and J. M. Cadou. Experimental and numerical investigation of the damping of flax–epoxy composite plates. *Composite Structures*, 208(April 2018) :426–433, 2019.
- [39] Han Gyu Kim and Richard Wiebe. Experimental and numerical investigation of nonlinear dynamics and snap-through boundaries of post-buckled laminated composite plates. *Journal of Sound and Vibration*, 439 :362–387, 2019.
- [40] O. Thomas, C. Touzé, and A. Chaigne. Asymmetric non-linear forced vibrations of free-edge circular plates. Part II : Experiments. *Journal of Sound and Vibration*, 265(5) :1075–1101, 2003.
- [41] Donald F. Adams, Leif A. Carlsson, and R. Byron Pipes. *Experimental characterization of advanced composite materials, third edition*. 2002.
- [42] Daniel Gay. *Composite materials : Design and applications*. CRC Press, 2002.
- [43] J. N. Reddy. On the generalization of displacement-based laminate theories. *Applied Mechanics Reviews*, 42(11) :213–222, 1989.
- [44] Rasoul Khandan, Siamak Noroozi, Philip Sewell, and John Vinney. The development of laminated composite plate theories : A review. *Journal of Materials Science*, 47(16) :5901–5910, 2012.
- [45] E. Reissner. The effect of tranverse shear deformation on the bending of elastic plates. *Journal of Applied Mechanics*, 12 :69–76, 1945.
- [46] RD. Mindlin. Influence of rotatory inertia and shear in flexural motions of isotropic elastic plates. *Journal of Applied Mechanics*, 18 :1031–6, 1951.
- [47] N.O. Myklestad. The concept of complex damping. *Journal of Applied Mechanic*, 19 :284–286, 1952.
- [48] J.C. Snowdon. *Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems*. Wiley, New York, 1968.



- [49] C W Bert. Material damping : An introductory review of mathematic measures and experimental technique. *Journal of Sound and Vibration*, 29 :129–153, 1973.
- [50] Heng Hu, Salim Belouettar, Michel Potier-Ferry, and El Mostafa Daya. Review and assessment of various theories for modeling sandwich composites. *Composite Structures*, 84(3) :282–292, 2008.
- [51] J. N. Reddy. A simple higher-order theory for laminated composite plates. *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*, 51(4) :745–752, 1984.
- [52] Erasmo Carrera. Historical review of Zig-Zag theories for multilayered plates and shells. *Applied Mechanics Reviews*, 56(3) :287–308, 2003.
- [53] Stefan-H. Schulze, Matthias Pander, Konstantin Naumenko, and Holm Altenbach. Analysis of laminated glass beams for photovoltaic applications. *International Journal of Solids and Structures*, 49(15-16) :2027–2036, 2012.
- [54] R. Moreira and J. D. Rodrigues. Constrained Damping Layer Treatments : Finite Element Modeling. *Journal of Vibration and Control*, 10(4) :575–595, 2004.
- [55] A. Lumsdaine and R. A. Scott. Shape optimization of unconstrained viscoelastic layers using continuum finite elements. *Journal of Sound and Vibration*, 216(1) :29–52, 1998.
- [56] D. Koblar and M. Boltežar. Evaluation of the Frequency-Dependent Young’s Modulus and Damping Factor of Rubber from Experiment and Their Implementation in a Finite-Element Analysis. *Experimental Techniques*, 40(1) :235–244, 2016.
- [57] M. J. Robinson and J. B. Kosmatka. Improved damping in VARTM composite structures using perforated viscoelastic layers. *Journal of Composite Materials*, 40(23) :2157–2173, 2006.
- [58] Lijian Pan, Boming Zhang, and Fuhong Dai. Multi-objective optimization of co-cured composite laminates with embedded viscoelastic damping layer. *Journal of Materials Science and Technology*, 25(5) :708–712, 2009.
- [59] X. Q. Zhou, L. Wang, D. Y. Yu, and C. Y. Zhang. Experimental investigation of the dissipation characteristic of sandwich structures with periodically perforated viscoelastic damping material core. *Journal of Vibration and Control*, 25(14) :2008–2024, 2019.
- [60] Trialware. Minitab, 2019.

- [61] D. A. Saravanos and C. C. Chamis. An integrated methodology for optimizing the passive damping of composite structures. *Polymer Composites*, 11(6) :328–336, 1990.
- [62] Julien Meaud, Trisha Sain, Gregory M. Hulbert, and Anthony M. Waas. Analysis and optimal design of layered composites with high stiffness and high damping. *International Journal of Solids and Structures*, 50(9) :1342–1353, 2013.
- [63] M. Hamdaoui, G. Robin, M. Jrad, and E. M. Daya. Optimal design of frequency dependent three-layered rectangular composite beams for low mass and high damping. *Composite Structures*, 120 :174–182, 2015.
- [64] J. S. Moita, A. L. Araújo, C. M. Mota Soares, and C. A. Mota Soares. Finite element model for damping optimization of viscoelastic sandwich structures. *Advances in Engineering Software*, 66 :34–39, 2013.
- [65] Chao Xu, Miao Zhang Wu, and Mohamed Hamdaoui. Mixed integer multi-objective optimization of composite structures with frequency-dependent interleaved viscoelastic damping layers. *Computers and Structures*, 172 :81–92, 2016.
- [66] Daniel Benoist, Yves Tourbier, and Sandrine Germain-Tourbier. *Plans d'expériences : construction et analyse*. 1995.

# Annexe 1 : Coefficients des polynômes

Facteur	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K
Coefficient polynôme mode 1	-2.45	-0.69	-1.04	-3.87	-0.83	-0.31	-0.53	-0.72	-4.73	-1.66
Coefficient polynôme mode 2	-5.49	0	-4.63	0	-5.9	-5.9	-6.42	-6.23	0	-6.2
Coefficient polynôme mode 3	-5.23	-0.18	-6.34	0	-7.71	0	-0.44	-7.66	0	-6.51
Coefficient polynôme mode 4	-8.3	-22.68	-3.73	-0.61	-9.22	-0.07	-4.11	-11.37	-18.6	-0.76
Fonction coût	-0.13	-0.09	-0.12	-0.11	-0.14	-0.07	-0.08	-0.16	-0.14	-0.16

Facteur	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AJ	AK
Coefficient polynôme mode 1	0.578	0	-1.29	-2.36	-1.58	0	0	-1.48	-2.6	-1.16
Coefficient polynôme mode 2	1.28	0	-2.04	0	-1.49	-1.45	-1.14	-1.7	0	-1.51
Coefficient polynôme mode 3	1.5	-1	-4	-0.73	-3.4	0	0	-3.3	-0.95	-3.7
Coefficient polynôme mode 4	3	-6.48	0	0	0	-3.54	0	0	-11.46	-3.23
Fonction coût	0.04	-0.04	-0.08	-0.05	-0.08	-0.04	-0.03	-0.08	-0.1	-0.07

**Titre :** Analyse numérique et expérimentale de plaques carbone-époxy incluant une couche viscoélastique.....

**Mots clés :** Composites amortissants, Caractérisation expérimentale, Modélisation éléments finis, Analyse de réponse fréquentielle, matériaux viscoélastiques

**Résumé :** Les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse visent à optimiser la réponse vibratoire d'une plaque carbone-époxy en insérant une couche viscoélastique. La particularité des plaques étudiées est la présence de trous dans la couche d'élastomère insérée au centre du stratifié. Durant l'étape de cuisson, la résine de pré-imprégné s'écoule dans les trous, créant ainsi des ponts entre les peaux inférieure et supérieure du sandwich composite. Les travaux comportent une partie expérimentale avec une caractérisation des matériaux constituant le sandwich : le carbone-époxy et l'élastomère DYAD601. Des essais DMA sont réalisés dans un premier temps afin de mesurer l'évolution fréquentielle des caractéristiques viscoélastiques de ce dernier. Dans un second temps, des essais de flexion quasi-statique et de réponse en fréquence sont réalisés sur des plaques monolithiques et sandwichs, avec ou sans ponts. Tous ces résultats expérimentaux permettent de recalibrer des modèles de calcul par éléments finis mis au point également dans le cadre de ce travail. Le comportement incompressible du DYAD601 est modélisé en associant un modèle viscoélastique à une loi hyperélastique Néo-Hookeen. Des simulations numériques sont alors menées pour étudier l'influence de la taille, de la surface et de la localisation des ponts, en s'appuyant sur un plan d'expérience. Une loi polynomiale est identifiée et permet de prédire l'influence de différents paramètres sur l'amortissement et la raideur des plaques. Pour terminer, on identifie les configurations de ponts permettant de maximiser l'amortissement de la plaque tout en conservant au moins 50% de la raideur d'un stratifié carbone-époxy.

**Title :** Numerical and experimental analysis of carbon epoxy plates embedded with a viscoelastic layer .....

**Keywords :** Damping composites, experimental characterisation, FEM, Frequency response analysis, Damping materials

**Abstract :** The research work presented in this Thesis aimed to optimize the frequency response of a carbon-epoxy plate including frequency-dependent interleaved viscoelastic layer. The feature of this work was that holes were created in the viscoelastic layer. During curing process, the resin will flow into the holes creating bridges between the plate composite skins layers. One part of the research consisted in a experimental characterization of the composite carbon-epoxy material and viscoelastic DYAD601 material. Firstly, DMA tests were managed to characterize the frequency-dependent properties of DYAD601. Secondly, quasi-static 3 points bending tests and frequency response tests were realized on monolithic plates and sandwich plates with and without bridges. These tests allow to verify and tune finite element model of the corresponding plates also developed in this work. Incompressible behavior of the DYAD601 was modeled mixing a viscoelastic law and a hyperelastic Neo Heokean law. Numerical analysis on the influence of the bridges diameter, bridges surface and bridges location were managed using a design of experiments (DOE). A polynomial law was defined and used to predict the influence of parameters on plates damping and stiffness. Finally, the optimized configuration was investigated in order to maximize the damping and keep a minimum of 50% of the carbon-epoxy plate stiffness.